



Расчётные зависимости и оценки частот и форм колебаний оболочки котлов цистерн



ЧАН Фу Тхуан
TRAN Phu Thuan

Павел ГРИГОРЬЕВ
Pavel S. GRIGORIEV



Ксения СУВОРОВА
Ksenia E. SUVOROVA

Чан Фу Тхуан – доктор технических наук, профессор, первый заместитель председателя Общества вьетнамских граждан в РФ, Хошимин, Вьетнам.

Григорьев Павел Сергеевич – кандидат технических наук, ассистент РУТ (МИИТ), Москва, Россия.

Суворова Ксения Евгеньевна – аспирант РУТ (МИИТ), Москва, Россия.

Calculated Dependencies and Estimates of Frequencies and Vibration Modes of Shells of Rail Tank Wagons

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 88)

В статье приводится порядок расчёта частот собственных колебаний оболочки котла железнодорожных цистерн с учётом неполного его заполнения жидким грузом. Эта задача актуальна, поскольку она связана с условиями безопасной эксплуатации подвижного состава. В такой постановке решение задачи осуществляется, разумеется, не по готовой кальке. В том числе с использованием гипотез отсутствия кольцевых деформаций сдвига оболочки котлов. Достоверность расчётных результатов подтверждается и экспериментальными данными, полученными в своё время при испытании восьмиосных цистерн.

Ключевые слова: подвижной состав, вагон-цистерна, котёл цистерны, колебания котла цистерны, полубезмоментная теория оболочек, собственные частоты, недолив жидкого груза.

Если выделять суть, то рассматривается вопрос о формировании расчётных зависимостей, позволяющих оценивать частоту и формы собственных колебаний цилиндрических частей котлов железнодорожных цистерн, учитывающих уровень заполнения их жидким грузом, приводятся результаты численных данных, которые сопоставлены с экспериментальными. Предлагаемые расчёты обеспечивают возможные пути оценки напряжённого состояния и прочности оболочки под действием динамических нагрузок.

1.

Для вывода расчётных зависимостей используется энергетический подход к решению задач строительной механики, который при подборе функций, аппроксимирующих перемещения с учётом кинематических граничных условий, приводит к системе уравнений равновесия относительно параметров аппроксимации. Она для задач динамики имеет вид [1]:

$$\{[R] - \omega^2 [M]\} \bar{u} - \bar{P} = 0. \quad (1)$$

В этом уравнении в случае четырёхмерной задачи (для декартовой системы координат трёхмерных составляющих x, y, z и времени t) матрица $[R]$ получается с использованием зависимостей:

$$[R] = \int_0^T \iiint \Phi(x, y, z, t)^T [D] \Phi(x, y, z, t) dt dx dy dz \quad (2)$$

Предполагается, что элементы матрицы, характеризующие поле деформаций упругого узла, меняются во времени по закону $\sin \omega t$. Подсчёт энергии осуществляется в пределах периода $T = 2\pi/\omega$.

$[D]$ – матрица жёсткостных параметров, отражающих материал и геометрические характеристики рассматриваемого узла.

Матрица инерционных характеристик определяется формулой:

$$[M] = \int_0^T \iiint |f(x, y, z, t)|^T [\gamma] |f(x, y, z, t)| dt dx dy dz \quad (3)$$

где $|f(x, y, z, t)|$ – матрица функций, аппроксимирующих поле скоростей, получаемое дифференцированием по времени t поля перемещений $|\psi(x, y, z, t)|$.

Матрица функций $|\psi(x, y, z, t)|$ поля перемещений выбирается так, чтобы отвечать кинематическим граничным условиям, и она является исходной для формирования матрицы функций $|\phi(x, y, z, t)|$. Последняя отражает операции дифференцирования при получении выражений для подсчёта деформаций рассматриваемого узла.

В формуле (3) матрица $[\gamma]$ представляет инерционные параметры узла (масса, моменты и инерции).

В выражении $\sin \omega t$, отражающем характер изменения работы узла во времени, ω – частота собственных колебаний. Собственные колебания будут определяться в том случае, если в уравнении (1) вектор внешних воздействий будет равен нулю. В случае установившихся вынужденных колебаний ω^2 задана и равна частоте внешних воздействий.

Как известно [2], коэффициенты матриц $[R]$ и $[M]$ получаются в результате минимизации потенциальной и кинетической энергии по параметрам аппроксимации u_{mn} рассматриваемого упругого узла, находящегося под воздействием нагрузки \vec{P} :

$$\vec{P} = \int_0^T \iiint |\vec{q}|^T |\psi(x, y, z, t)| dt dx dy dz \quad (4)$$

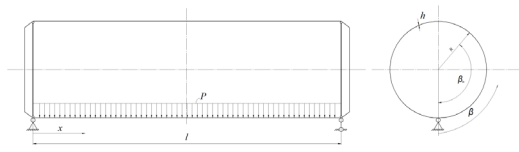


Рис. 1. Расчётная схема цилиндрической части оболочки котла.

где $|\vec{q}|^T$ – вектор нагрузок, элементами которых являются внешние нагрузки, ориентированные по компонентам поля перемещений.

В соответствии с поставленной ранее задачей возникает необходимость выбрать вариант теории оболочек, обеспечивающий достаточно приемлемые для инженерных задач результаты без затрат больших расчётных ресурсов.

Из научной литературы [3] следует, что для этих целей хорошо подходит полубезмоментная теория оболочек [4]. В ней при определённых условиях, связанных с особенностями аппроксимации поля перемещений для цилиндрической оболочки, в расчётной схеме которой применяется опирание на идеальные диафрагмы (рис. 1), можно выбрать в качестве разрешающего одно из трёх перемещений w, v, u – соответственно радиального, тангенциального и продольного.

Используя гипотезы отсутствия кольцевых деформаций сдвига срединной поверхности оболочки, через одно перемещение можно выразить два других. В нашем случае (как представляется) в качестве разрешающего целесообразно принять перемещение u :

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} u_{mn} \cos \lambda x \cos n\beta \sin \omega t \quad (5)$$

где u_{mn} – искомые коэффициенты ряда (т.е. вышеперечисленные параметры аппроксимации);

$$\lambda = \frac{m\pi x}{l},$$

где m – номер гармоники разложения перемещений в ряд по длине цилиндрической части оболочки котла; l – длина оболочки цилиндрической части котла; n – номер члена ряда разложения по дуге поперечного сечения.

Такой выбор учитывает кинематические граничные условия – отсутствие продольного перемещения в среднем сечении ци-



**Расчётные значения частот колебаний для разных форм m и n
в зависимости от угла налива β_n**

m	n	$\beta_n = 180$	$\beta_n = 157$	$\beta_n = 90$	$\beta_n = 0$
1	2	2,85	3,643	5,902	11,438
	3	2,665	3,198	6,098	10,694
	4	4,302	4,916	9,435	17,264
	5	6,565	7,413	14,967	26,709
	6	9,569	10,632	21,174	38,402
2	2	10,561	13,498	21,868	42,38
	3	5,277	6,333	12,074	21,175
	4	5,008	5,723	10,983	20,095
	5	6,854	7,634	15,414	27,506
	6	9,636	10,706	21,322	38,671
3	2	23,393	29,899	48,44	93,874
	3	10,829	12,996	24,779	43,455
	4	7,317	8,362	16,048	29,362
	5	7,658	8,529	17,221	30,731
	6	9,923	11,025	21,957	39,822
4	2	40,905	52,281	84,703	164,151
	3	18,868	22,645	43,175	75,717
	4	11,401	13,029	25,006	45,753
	5	9,489	10,568	21,339	38,079
	6	10,659	11,842	23,585	42,774

линдрической части котла и периодически перемещения по окружности.

2.

Из гипотезы отсутствия сдвига получаем:

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} v_{mn} \sin \lambda x \sin n \beta \sin \omega t, \quad (6)$$

где $v_{mn} = \frac{n}{R\lambda} u_{mn}$.

Из гипотезы отсутствия удлинения контура сечений имеем:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} w_{mn} \sin \lambda x \sin n \beta \sin \omega t, \quad (7)$$

где $w_{mn} = -\frac{n^2}{R\lambda} u_{mn}$.

Применение предложенной аппроксимации перемещений приводит к матрице $[R]$. При выводе формул используется условие ортогональности тригонометрических функций.

$$[R] = \left[\frac{D}{R^5} \frac{\pi l n^2}{2 \lambda^2} + \frac{B l \pi R}{2} \lambda^2 \right], \quad (8)$$

где $D = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жёсткость оболочки котла цистерны;

E – модуль упругости;
 h – толщина оболочки;
 μ – коэффициент Пуассона;

$$B = \frac{E h}{1-\mu^2} \text{ – продольная жёсткость по-$$

лости единичной ширины.

Следует отметить, что при подсчёте деформаций в рассматриваемом варианте теории оболочек потенциальная энергия зависит от деформации изменения кривизны поперечного сечения оболочки и от деформации продольного удлинения элемента оболочки. И та, и другая деформации в соответствии с использованными гипотезами выражаются через перемещение u , и поэтому матрица $[R]$ имеет один элемент.

В матрице $[M]$ отражается влияние двух перемещений w и u . Предполагается, что движение жидкого груза возбуждается перемещением смачиваемой поверхности котла. Чтобы упростить решение, нами введена гипотеза, согласно которой скорость частиц жидкости соответствует скорости точек на линии контакта слоя со стенками котла.

$$[M] = \left[\frac{\pi l R}{2} \frac{\gamma_{ос} h}{g} \left(\frac{n^4}{R^2 \lambda^2} + 1 \right) + \frac{\gamma_{жс} l}{2g} F \right], \quad (9)$$

где $\gamma_{об}$ — удельный вес материала оболочки;

$\gamma_{ж}$ — удельный вес жидкого груза;

$$F = \int_0^{\beta_n} F_{сеч} \cos^2 n\beta d\beta -$$

параметр, учитывающий уровень налива жидкого груза.

Нами выполнено интегрирование в общем виде, но из-за громоздкости этого выражения в статье оно не приводится. При расчётах мы представляли этот интеграл численно.

Площадь сечения жидкого груза, заполняющего цилиндрическую часть, определяется формулой:

$$F = R^2 \left(\beta_n^2 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_n \right),$$

где β_n — угол заполнения кругового сечения котла жидким грузом. Он отсчитывается как координата β .

Коэффициенты матрицы [M] получают в результате дифференциации кинетической энергии оболочки котла и наполняющего его жидкого груза. В рассматриваемом случае, как и в матрице реакций [R], матрица [M] состоит из одного элемента, представленного в виде двух слагаемых: первое слагаемое отражает кинетическую энергию оболочки, а второе — жидкого груза.

Нами приводится таблица расчётных значений (таблица 1) для разных форм колебаний по окружности n и по образующей цилиндра m для разного β_n . В расчёте берётся оболочка котла восьмиосной цистерны, которая подвергалась испытаниям на экспериментальном кольце Всероссийского научно-исследовательского института железнодорожного транспорта [5].

Анализ результатов показывает, что значения частот расчётных и экспериментальных для котла, полностью заполненного жидкостью, удовлетворительно согласуются. При полном наливе минимальная частота составляет 2,66 Гц при одной волне аппроксимации по длине и трём волнам по окружности; для порожнего котла минимальная частота составляет 10,694 Гц при тех же формах колебаний.

В таблице рассмотрены четыре формы аппроксимации по длине, низшая частота

соответствует четырём волнам n колебаний по окружности.

В отчёте по результатам испытаний котла восьмиосной цистерны указано значение частоты колебаний при полном наливе — 3 Гц.

Подводя итоги проделанной работы, можно сделать вывод, что полученные зависимости позволяют с достаточной точностью оценивать частоты и формы собственных колебаний котлов железнодорожных цистерн с учётом уровня заполнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев П. С., Суворова К. Е. Оценка частот собственных колебаний и динамических напряжений в оболочке котла цистерны // Известия Петербургского государственного университета путей сообщения. — 2017. — Вып. 4. — С. 637–643.

2. Морозова Т. Г. Колебания оболочек котлов цистерн с учётом их конструктивных особенностей / Дис... канд. техн. наук. — М., 1983. — 118 с.

3. Лукин В. В., Анисимов П. С., Котуранов В. Н. и др. Конструирование и расчёт вагонов: Учебник / Под ред. П. С. Анисимова. — М.: УМЦ по образованию на железнодорожном транспорте, 2011. — 688 с.

4. Горшков А. А. Основы теории упругих тонких оболочек: Учеб. пособие. — М.: НИУ МГСУ, 2016. — 231 с.

5. Отчёт по научно-исследовательской работе «Исследования и анализ напряжённого состояния и разработка конструктивных усовершенствований восьмиосной цистерны. Часть II». — Московский институт инженеров железнодорожного транспорта. — М., 1966.

6. Колмогоров Г. Л., Мельникова Т. Е. Вариационные методы в теории пластин и оболочек: Учеб. пособие. — Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. — 41 с.

7. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчётах судовых конструкций. — Л.: Судостроение, 1974. — 344 с.

8. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. — М.: Физматгиз, 1963. — 584 с.

9. Богоряд И. Б. К решению задачи о колебаниях жидкости, частично заполняющей полость, вариационным методом // НИИПММ. — 1962. — Т. 26. № 6. — С. 1122–1127.

10. Chu W. H. Sloshing of Liquids in Cylindrical Tanks of Elliptical Cross-Selection // ARS Journal. — 1960. — Vol. 30. — No. 4. — pp. 360–363.

11. Lindholm U. S., Kana D. D., Abramson H. N. Breathing Vibrations of a Circular Cylindrical Shell with an Internal Liquid // J. Aero Space, Scie. — 1962. — Vol. 29. — No. 9. — pp. 1052–1059.

12. Schramm D., Hiller M., Bardini R. Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation. — 2nd ed. — 2017. — 440 p.

Координаты авторов: **Чан Фу Тхуан** — tranphuthuan@yahoo.com,

Григорьев П. С. — grigorev.p@gmail.com, **Суворова К. Е.** — ya.ksuvorova@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 30.07.2018, принята к публикации 05.09.2018.



CALCULATED DEPENDENCIES AND ESTIMATES OF FREQUENCIES AND VIBRATION MODES OF SHELLS OF RAIL TANK WAGONS

Tran Phu Thuan, Society of Vietnamese Citizens in Russia, Ho Chi Minh City, Vietnam.
Grigoriev, Pavel S., Russian University of Transport, Moscow, Russia.
Suvorova, Ksenia E., Russian University of Transport, Moscow, Russia.

ABSTRACT

The article gives the procedure for calculating the frequencies of natural oscillations of a shell of a railway tank wagons, taking into account its incomplete filling with liquid cargo. This task is relevant, since it is related to the conditions of safe operation of rolling stock. In this formulation, the

solution of the problem is, of course, not done by the finished tracing paper. Including using the hypotheses of the absence of annular deformations of the shear of the shell of the tanks. The reliability of the calculated results is also confirmed by the experimental data obtained in time when testing eight-axis tanks.

Keywords: rolling stock, tank car, rail tank wagon, tank oscillations, semimuscular theory of shells, natural frequencies, underfilling of liquid cargo.

Background. If we single out the essence, we consider the formation of calculated dependencies that allow us to estimate the frequency and shape of the natural oscillations of the cylindrical parts of the railway tank wagons taking into account the level of their filling with liquid cargo, and the results of numerical data that are compared with the experimental ones. The proposed calculations provide possible ways of estimating the stress state and strength of the shell under the action of dynamic loads.

Objective. The objective of the authors is to consider dependencies and estimates of frequencies and vibration modes of shells of rail tank wagons.

Methods. The authors use general scientific methods, comparative analysis, evaluation approach, mathematical methods.

Results.

1.

To derive the calculated dependencies, an energy approach is used to solve the problems of construction mechanics, which, when selecting functions that approximate displacements with allowance for the kinematic boundary conditions, leads to a system of equilibrium equations relative to the approximation parameters. It has the following form for the dynamics problems [1]:

$$\{[R] - \omega^2 [M]\} \bar{u} - \bar{P} = 0. \quad (1)$$

In this equation, in the case of the four-dimensional problem (for the Cartesian coordinate system of the three-dimensional components x, y, z and time t), the matrix $[R]$ is obtained using the dependencies

$$[R] = \int_0^T \int \int \int \left| \Phi(x, y, z, t) \right|^T [D] \Phi(x, y, z, t) dt dx dy dz. \quad (2)$$

It is assumed that the elements of the matrix characterizing the deformation field of the elastic node vary in time according to the law $\sin \omega t$. The energy is counted within the period $T = 2\pi/\omega$.

$[D]$ – matrix of stiffness parameters reflecting the material and geometric characteristics of the node under consideration.

The matrix of inertial characteristics is defined by the formula:

$$[M] = \int_0^T \int \int \int \left| f(x, y, z, t) \right|^T [\gamma] f(x, y, z, t) dt dx dy dz, \quad (3)$$

where $|f(x, y, z, t)|$ – matrix of functions approximating the velocity field obtained by differentiating with respect to time t the displacement field $|\psi(x, y, z, t)|$.

The matrix of the functions $|\psi(x, y, z, t)|$ of the displacement field is chosen so as to correspond to

the kinematic boundary conditions, and it is the initial one for formation of the matrix of the functions $|\Phi(x, y, z, t)|$. The latter reflects the operations of differentiation in obtaining expressions for calculating the deformations of the node under consideration.

In the formula (3), the matrix $[\gamma]$ represents the inertial parameters of the node (mass, moments and inertia).

In the expression $\sin \omega t$, which reflects the nature of the change in the work of the node in time, ω is the frequency of natural oscillations. The eigenvalues will be determined if the vector of external influences in the equation (1) is zero. In the case of steady-state forced oscillations, ω^2 is given and equal to the known frequency of external influences.

As is known [2], the coefficients of the matrices $[R]$ and $[M]$ are obtained as a result of minimization of the potential and kinetic energy in terms of the approximation parameters u_{mn} of the considered elastic node under the action of the load \bar{P} .

$$\bar{P} = \int_0^T \int \int \int \left| \bar{q} \right|^T |\psi(x, y, z, t)| dt dx dy dz, \quad (4)$$

where $|\bar{q}|^T$ – vector of loads, the elements of which are external loads, oriented along the corresponding components of the displacement field.

In accordance with the problem posed earlier, it becomes necessary to choose a version of the theory of shells that provides sufficiently acceptable results for engineering tasks without the expense of large calculated resources.

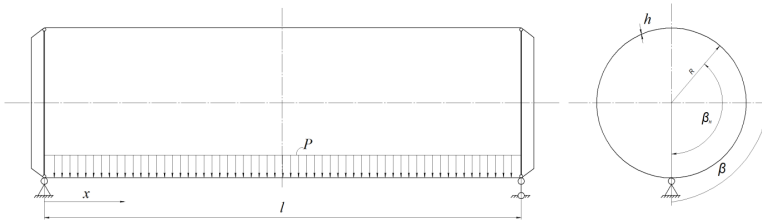
It follows from the scientific literature [3] that for these purposes the half-shell theory of shells is well suited [4]. Under certain conditions connected with the features of approximation of the displacement field for a cylindrical shell, in the design scheme of which we use the support for ideal diaphragms (Pic. 1), one can choose as one of three displacements w, v, u – radial, tangential and longitudinal.

Using the hypotheses of the absence of ring deformations of the shear of the middle surface of the shell, two others can be expressed through one displacement. In our case (as it seems), as the resolver, it is expedient to accept the displacement u .

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} u_{mn} \cos \lambda x \cos n\beta \sin \omega t, \quad (5)$$

where u_{mn} – required coefficients of the series (i.e., the above-mentioned approximation parameters);

$$\lambda = \frac{m\pi x}{l},$$



Pic. 1. Calculation scheme of the cylindrical part of the shell of the railway tank wagon.

Table 1

The calculated values of the vibration frequencies for different forms of m and n depending on the filling angle β_f .

m	n	$\beta_f = 180$	$\beta_f = 157$	$\beta_f = 90$	$\beta_f = 0$
1	2	2,85	3,643	5,902	11,438
	3	2,665	3,198	6,098	10,694
	4	4,302	4,916	9,435	17,264
	5	6,565	7,413	14,967	26,709
	6	9,569	10,632	21,174	38,402
	m	n	$\beta_f = 180$	$\beta_f = 157$	$\beta_f = 90$
2	2	10,561	13,498	21,868	42,38
	3	5,277	6,333	12,074	21,175
	4	5,008	5,723	10,983	20,095
	5	6,854	7,634	15,414	27,506
	6	9,636	10,706	21,322	38,671
	m	n	$\beta_f = 180$	$\beta_f = 157$	$\beta_f = 90$
3	2	23,393	29,899	48,44	93,874
	3	10,829	12,996	24,779	43,455
	4	7,317	8,362	16,048	29,362
	5	7,658	8,529	17,221	30,731
	6	9,923	11,025	21,957	39,822
	m	n	$\beta_f = 180$	$\beta_f = 157$	$\beta_f = 90$
4	2	40,905	52,281	84,703	164,151
	3	18,868	22,645	43,175	75,717
	4	11,401	13,029	25,006	45,753
	5	9,489	10,568	21,339	38,079
	6	10,659	11,842	23,585	42,774

where m – harmonic number of the displacement expansion in a row along the length of the cylindrical part of the tank's shell; l – length of the shell of the cylindrical part of the tank; n – number of the term in the expansion series along the arc of the cross section.

Such a choice takes into account the kinematic boundary conditions – the absence of longitudinal displacement in the middle section of the cylindrical part of the tank and the periodicity of movement along the circumference.

2.

From the hypothesis of the absence of a shear, we get:

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} v_{mn} \sin \lambda x \sin n\beta \sin \omega t, \quad (6)$$

where $v_{mn} = \frac{n}{R\lambda} u_{mn}$.

From the hypothesis that there is no extension of the contour of the sections, we have:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} w_{mn} \sin \lambda x \sin n\beta \sin \omega t, \quad (7)$$

where $w_{mn} = -\frac{n^2}{R\lambda} u_{mn}$.

The application of the proposed displacement approximation leads to the matrix $[R]$. When deriving formulas, the orthogonality condition of trigonometric functions is used.

$$[R] = \left[\frac{D}{R^5} \frac{\pi l n^2}{2 \lambda^2} + \frac{Bl\pi R}{2} \lambda^2 \right], \quad (8)$$

where $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – cylindrical rigidity;

E – modulus of elasticity;
 h – thickness of the shell;
 μ – the Poisson's ratio;

$B = \frac{Eh}{1-\mu^2}$ – longitudinal stiffness of a strip of unit width.

It should be noted that when calculating deformations in the considered version of shell theory, the potential energy depends on the deformation of the change in the curvature of the cross section of the shell and on the deformation of the longitudinal elongation of the shell element. Both these deformations, in accordance with the hypotheses used, are expressed in terms of the displacement u and therefore the matrix $[R]$ has one element.





The matrix $[M]$ reflects the effect of two displacements w and u . It is assumed that the motion of the liquid cargo is excited by the movement of the wettable surface of the tank. To simplify the solution, we introduced a hypothesis according to which the velocity of the liquid particles corresponds to the velocity of points on the contact line of the layer with the walls of the tank.

$$[M] = \left[\frac{\pi l R}{2} \frac{\gamma_{sh} h}{g} \left(\frac{n^4}{R^2 \lambda^2} + 1 \right) + \frac{\gamma_l l}{2g} F \right], \quad (9)$$

where γ_{sh} – specific weight of the shell material;
 γ_l – specific weight of liquid cargo;

$$F = \int_0^{\beta_f} F_{sec} \cos^2 n \beta d\beta - a \text{ parameter that takes into}$$

account the level of liquid cargo filling.

We have carried out the integration in a general form, but because of the cumbersome nature of this expression, it is not given in the article. In the calculations, we calculated this integral numerically.

The cross-sectional area of the liquid cargo filling the cylindrical part is determined by the formula

$$F = R^2 \left(\beta_f^2 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_f \right),$$

where β_f – the angle of filling the circular section of the tank with liquid cargo. It is counted as a coordinate of β .

The coefficients of the matrix $[M]$ are obtained as a result of differentiation of the kinetic energy of the tank shell and the liquid cargo filling it. In the case under consideration, as in the matrix of reactions $[R]$, the matrix $[M]$ consists of one element, represented as two terms: the first term reflects the kinetic energy of the shell, and the second – of the liquid cargo.

We provide a table of calculated values (Table 1) for different forms of oscillations along the circle n and along the generator of the cylinder m for different β_f . In calculation, the shell of a tank of an eight-axis tank wagon is taken, which was tested on the experimental ring of the All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport [5].

Analysis of the results shows that the values of the calculated and experimental frequencies for a tank completely filled with a liquid are satisfactorily agreed. When fully filled, the minimum frequency is 2,66 Hz with one wave of approximation along the length and three waves along the circumference; for the empty tank, the minimum frequency is 10,694 Hz with the same oscillation modes.

In the table four forms of approximation along the length are considered, the lower frequency corresponds to four waves of n oscillations along the circumference.

The report on the results of tests of the eight-axis tank wagon indicates the value of the oscillation frequency at full loading of 3 Hz.

Conclusion. Summarizing the work done, it can be concluded that the dependencies obtained allow

us to estimate with sufficient accuracy the frequencies and shapes of natural oscillations of the tanks of railway tank wagons, taking into account the level of filling.

REFERENCES

1. Grigorev, P. S., Suvorova, K. E. Estimation of frequencies of natural oscillations and dynamic stresses in the shell of a tank wagon [*Otsenka chastot sobstvennykh kolebaniy i dinamicheskikh napryazheniy v obolochke kotla tsisterny*]. *Izvestiya Peterburg State Transport University*, 2017, Iss. 4, pp. 637–643.
2. Morozova, T. G. Oscillations of shells of tank wagons taking into account their design features / Ph.D. (Eng) thesis [*Kolebaniya obolochek kotlov tsistern s uchetom ih konstruktivnykh osobennostey / Dis... kand. tech. nauk*]. Moscow, 1983, 118 p.
3. Lukin, V. V., Anisimov, P. S., Koturanov, V. N. [*et al*]. Design and calculation of cars: Textbook [*Konstruirovaniye i raschet vagonov: Uchebnik*]. Ed. by P. S. Anisimov. Moscow, TMC for education in railway transport, 2011, 688 p.
4. Gorshkov, A. A. Fundamentals of the theory of elastic thin shells: Study guide [*Osnovy teorii uprugih tonkih obolochek: Ucheb. posobie*]. Moscow, NIU MGSU publ., 2016, 231 p.
5. Report on research work «Studies and analysis of stress and development of design improvements in the eight-axis tank wagons. Part II» [*Otchet po nauchno-issledovatel'skoi rabote «Issledovaniya i analiz napryazhennogo sostoyaniya i razrabotka konstruktivnykh usovershenstvovaniy vosmosnoi tsisterny. Chast 2»*]. Moscow Institute of Railway Transport Engineers. Moscow, 1966.
6. Kolmogorov, G. L., Melnikova, T. E. Variation methods in the theory of plates and shells: Study guide [*Variatsionnye metody v teorii plastin i obolochek: Ucheb. posobie*]. Perm, Publishing house of Perm National Research Polytechnical University, 2012, 41 p.
7. Postnov, V. A., Kharhurim, I. Ya. Finite element method in the calculations of ship structures [*Metod konechnykh elementov v raschete sudovykh konstruktсий*]. Leningrad, Sudostroenie publ., 1974, 344 p.
8. Kochin, N. E., Kibel, I. A., Roze, N. V. Theoretical hydromechanics [*Teoreticheskaya gidromekhanika*]. Moscow: Fizmatgiz publ., 1963, 584 p.
9. Bogoryad, I. B. To the solution of the problem of fluid oscillations partially filling the cavity by a variational method [*K resheniyu zadachi o kolebaniyakh zhidkosti, chastichno zapolnyayushchei polost, variatsionnym metodom*]. *NIIPMM*, 1962, Vol. 26, Iss. 6, pp. 1122–1127.
10. Chu, W. H. Sloshing of Liquids in Cylindrical Tanks of Elliptical Cross-Selection, *ARS Journal*, 1960, vol. 30, No. 4, pp. 360–363.
11. Lindholm, U. S., Kana, D. D., Abramson, H. N. Breathing Vibrations of a Circular Cylindrical Shell with an Internal Liquid, *J. Aero Space, Scie.*, vol. 29, No 9, 1962, pp. 1052–1059.
12. Schramm, D., Hiller, M., Bardini, R. Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation 2nd ed, 2017, 440 p. ●

Information about the authors:

Tran Phu Thuan – D.Sc. (Eng), professor, first deputy chairman of Society of Vietnamese Citizens in Russia, Ho Chi Minh City, Vietnam, tranphuthuan@yahoo.com.

Grigoriev, Pavel S. – Ph.D. (Eng), assistant of Russian University of Transport, Moscow, Russia, grigorev.p@gmail.com.

Suvorova, Ksenia E. – Ph.D. student of Russian University of Transport, Moscow, Russia, ya.ksuorova@yandex.ru.

Article received 30.07.2018, accepted 05.09.2018.