

Модели взаимодействия колеса и рельса при высоких скоростях движения



Алексей ЛОКТЕВ
Alexei A. LOKTEV

Валентин ВИНОГРАДОВ
Valentin V. VINOGRADOV



Виталий БУЧКИН
Vitaly A. BUCHKIN

Локтев Алексей Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия. Виноградов Валентин Васильевич – доктор технических наук, профессор, первый проректор МИИТ, Москва, Россия. Бучкин Виталий Алексеевич – доктор технических наук, профессор МИИТ, Москва, Россия.

Models of Interaction of Wheel and Rail at High Speed

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 58)

Авторы оценивают процесс динамического контакта «колесо-рельс», для его моделирования рассмотрено несколько моделей взаимодействия, позволяющих учесть различные реологические свойства контактирующих тел. В качестве инструментальной основы выступают уравнения, описывающие движение колеса и рельса в вертикальном направлении, которые затем решаются с использованием начальных условий и численной итерационной схемы, предполагающей, что на малых временных интервалах отдельные величины ведут себя линейно. Предлагаемый алгоритм позволяет определить, что на средних и высоких скоростях движения экипажа для описания характера взаимодействия колеса и рельса, а также для нахождения отдельных динамических величин наилучшим образом подходит упруго-пластическая зависимость Александрова-Кадомцева.

Ключевые слова: железная дорога, колесо, рельс, динамическое воздействие, вязкоупругая контактная сила, упруго-пластичное взаимодействие, механические характеристики, модели взаимодействия, динамический прогиб, местное смятие.

При строительстве высокоскоростных железнодорожных магистралей необходимо учитывать изменение классической модели контакта колёсной пары и рельса. С одной стороны, высокая скорость не позволяет в полной мере развиваться пластическим деформациям в окрестности площадки контакта колеса и рельса [1–4], с другой стороны, возросшие скорости увеличивают динамическую составляющую в итоговых напряжениях и усилиях [5–7], и соотношения классической теории Герца [8, 9] для контакта двух тел уже не обеспечивают достаточного приближения к результатам экспериментов [10], не дают описать все процессы, происходящие как в колесе, так и рельсе.

Потребности инженерной практики в транспортной отрасли заставляют исследователей совершенствовать реологические модели контактирующих тел, более детально оценивать характер их взаимодействия и сопутствующий им широкий спектр явлений [11, 12].

С этой точки зрения, при исследовании процесса динамического контактного нагружения «колесо-рельс» (рис. 1) предлагается рассмотреть несколько контактных моделей взаимодействия и учесть различные реологические свойства взаимодействующих тел:

1. Квазистатическая модель Герца [2, 7]:
 $P = ka^{3/2}$. (1)

2. Линейно-упругая модель [7, 8]:
 $P = E_1(\alpha - w)$. (2)

3. Вязкоупругая модель [9]:

$$P(t) = E_1(\alpha - w) - \frac{E_1}{\tau_1} \int_0^t (\alpha - \dot{w}) e^{-\frac{t-t'}{\tau_1}} dt'. \quad (3)$$

4. Уругопластическая модель Кильчевского [6]:

$$\alpha = \begin{cases} bP^{2/3}, & dP/dt > 0, P < P_b, \\ bP^{2/3} + Pd, & dP/dt > 0, P > P_b, \\ bP^{2/3} + P_{\max}d, & dP/dt < 0, P_{\max} > P_b. \end{cases} \quad (4)$$

5. Уругопластическая модель Александрова-Кадомцева [6]:

$$\alpha = \begin{cases} bP^{2/3}, & dP/dt > 0, P_{\max} < P, \\ (1 + \beta)c_1 + (1 - \beta)Pd, & dP/dt > 0, P_{\max} > P, \\ b_j P^{2/3} + \alpha_p(P_{\max}), & dP/dt < 0, P_{\max} > P. \end{cases} \quad (5)$$

6. Модель, в которой сила взаимодействия разделена на этап нагружения и разгрузки [11]. Для этапа нагружения – (1), для этапа разгрузки:

$$P = P_m \left[\frac{(\alpha - \alpha_0)}{(\alpha_m - \alpha_0)} \right]^q, \quad (6)$$

$$\alpha_0 = \begin{cases} \beta(\alpha_m - \alpha_{cr}); & \alpha_m > \alpha_{cr}, \\ 0; & \alpha_m \leq \alpha_{cr}. \end{cases}$$

7. Вязкоупругая модель с дробными производными Римана-Лиувилля [12]:

$$P + \tau^\gamma D^\gamma P = E_1 \tau^\gamma D^\gamma (\alpha - w),$$

$$D^\gamma P = \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{P(t-t')}{\Gamma(1-\gamma)t'^{\gamma}} dt'. \quad (7)$$

В выражениях (1)-(7) α – местное смятие материалов рельса и колеса; k – коэффициент, зависящий от геометрии контактирующих тел и упругих характеристик их материалов; E_1 – модуль упругости области взаимодействия колесной пары и рельса; w – перемещение нижней грани рельса; $\lambda = 5.7$,

$$b = \left((9\pi^2(k_1 + k)^2) / 16R \right)^{1/3}, \quad k_1 = (1 - \sigma_1^2) / E_1,$$

$$k = (1 - \sigma^2) / E, \quad \chi = \pi k_{pl} \lambda,$$

$$P_1 = \chi^3 (3R(k_1 + k) / 4)^2, \quad d = 1/2 \chi R,$$

$$b_f = R_f^{-1/3} (3(k_1 + k) / 4)^{2/3}, \quad R_p^{-1} = R^{-1} - R_f^{-1},$$

$$R_f = (4/3(k_1 + k)) P_{\max}^{1/2} \chi^{-3/2},$$

$$\alpha_p(P_{\max}) = (1 - \beta) P_{\max} (2\chi R_p)^{-1}, \quad \beta = 0.33,$$

$$c_1 = 3\chi^{1/2} (k_1 + k) / 8, \quad k_{pl} - \text{наименьшая}$$

из пластических констант взаимодействующих тел; σ_1, E_1 – коэффициент Пуассона и модуль упругости для колесной пары [2, 8]; $\tau_1 = \eta_1 / E_1, \tau_1$ – время релаксации в случае вязкоупругой модели; η_1 – коэффициент вязкого сопротивления; γ ($0 < \gamma \leq 1$) – параметр дробности; P_m – максимальное значение контактной силы перед началом этапа разгрузки; α_m – максимальное смятие материала в области взаимодействия; α_0 – текущее значение смятия; q и β – экспериментально определяемые константы; α_{cr} – критическое значение смятия.

При моделировании динамического взаимодействия колеса и рельса с учетом однородности и изотропности материалов двух тел и гладкости контактирующих поверхностей уравнения движения колеса и рельса после начала взаимодействия принимают вид

$$m\ddot{y} = -P(t),$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F \ddot{w} = P(t) \delta(x - \xi), \quad (8)$$

где m – масса колеса; y – перемещение колеса; $w(x, t)$ – прогиб рельса; E – модуль Юнга; I – момент инерции сечения рельса

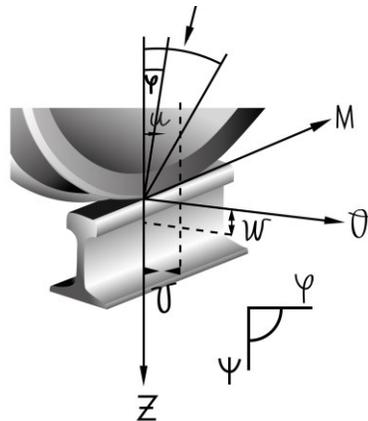


Рис. 1. Модель контактного взаимодействия колеса и рельса.



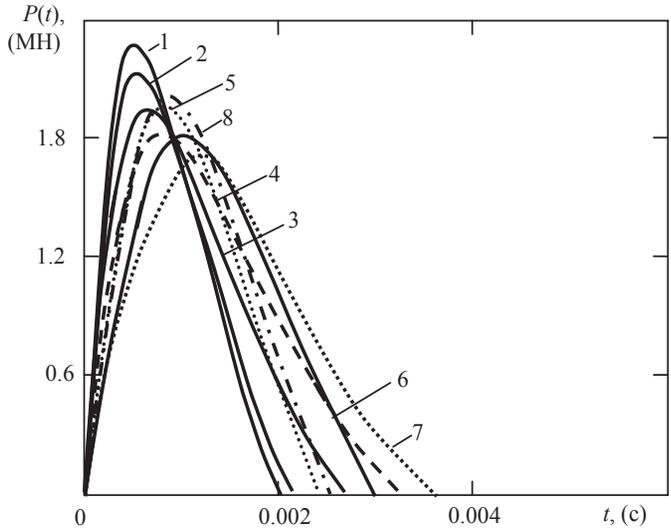


Рис. 2. Зависимость контактной силы от времени для разных моделей контактного взаимодействия колеса-рельс.

относительно средней линии; F – площадь сечения рельса; ρ – плотность его материала; $\delta(x-\xi)$ – дельта-функция Дирака; x – координата, отсчитываемая вдоль оси рельса, точка над величиной означает частную производную по времени.

Уравнения (8), (9) интегрируются с учетом начальных условий

$$\dot{w}|_{t=0} = 0, \quad \dot{\alpha}|_{t=0} = V_0 \quad (9)$$

и зависимости между силой взаимодействия и местным смятием (1)-(6).

После интегрирования определяющего соотношения получаем функциональное

уравнение для нахождения контактной силы:

$$V_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t \int_0^{t_1} P(t_2) dt_2 dt_1 = k' P^{2/3} + \sum_n A_n \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau, \quad (10)$$

где коэффициенты A_n зависят от вида собственных функций и собственных значений в задаче.

Решение интегро-дифференциального уравнения типа (10) для соотношений (1)-(7) находится численно с помощью ЭВМ, ис-

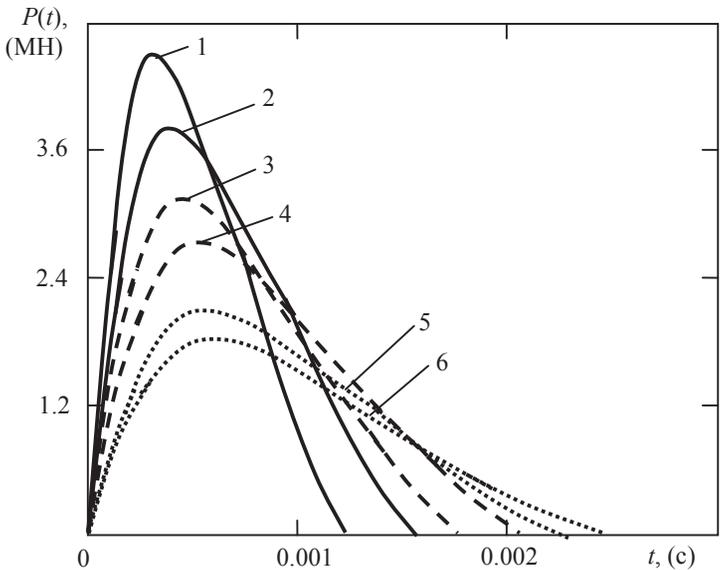


Рис. 3. Зависимость контактной силы от времени для разных скоростей движения экипажа.

ходя из предположения, что на каждом достаточно малом интервале $(n-1)\tau \leq t \leq n\tau$ неизвестные величины изменяются линейно $\dot{P}(n\tau) = (P_n - P_{n-1})/\tau$. Подобная вычислительная итерационная схема чаще всего используется при представлении неизвестных величин в виде разложений в ряды по специальным функциям [6–10]. Это связано с тем, что итоговое определяющее уравнение содержит суммирование по двум индексам.

На рис. 2, 3 показаны зависимости контактной силы от времени. На рис. 2 кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 построены при использовании соотношений (1), (2), (3), (4), (5), (6) и (7) соответственно, а кривая 8 взята из [2], скорость движения транспортного средства $V_0 = 80$ км/ч. На рис. 3 кривые 1, 2 соответствуют $V_0 = 200$ км/ч, кривые 3, 4 – $V_0 = 150$ км/ч, кривые 5, 6 – $V_0 = 100$ км/ч, кривые 1, 3, 5 были рассчитаны при помощи соотношений (5), а кривые 2, 4, 6 – при помощи соотношений (3).

Из рис. 2 видно, что модели (3) и (5) дают наилучшее приближение к результату эксперимента и что при скоростях ≈ 80 км/ч реологические свойства колеса и рельса уже заметно влияют на максимальное значение контактной силы и время взаимодействия. На рис. 3 сравниваются результаты использования вязкоупругой (3) и упруго-пластической зависимостей (5). При увеличении начальной скорости взаимодействия колеса и рельса (скорости движения экипажа) разница между значениями максимальных контактных сил, полученных при использовании зависимостей (3) и (5), а также время взаимодействия растут.

Выводы. В ходе исследования получены графические зависимости контактной силы от времени для различных моделей контактного взаимодействия колеса и рельса, которые показали, что даже при скоростях движения экипажа 80 км/ч необходимо учитывать вязкоупругие и упруго-пластические свойства материалов. Модификация имеющихся соотношений

для контактной силы и местного смятия позволила приблизить получаемые графические зависимости к результатам эксперимента. Предложенный алгоритм дает возможность выбрать математическую модель контакта, наиболее точно описывающую происходящие процессы во взаимодействующих телах, и получить близкие по отношению к экспериментальным данным значения максимальной силы взаимодействия и времени контакта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Agostinacchio, M., Ciampa, D., Diomedì, M., Olita, S. Parametrical analysis of the railways dynamic response at high speed moving loads. *Journal of Modern Transportation*, 2013, Vol. 21, Iss. 3, pp. 169–181.
2. Fang, M., Cerdas, S. F., Qiu, Ya. Numerical determination for optimal location of sub-track asphalt layer in high-speed rails. *Journal of Modern Transportation*, 2013, Vol. 21, Iss. 2, pp. 103–110.
3. Александров В. М., Ромалис Б. Л. Контактные задачи в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1986. – 362 с.
4. Коган А. Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2008. – № 8. – С. 26–38.
5. Olsson, R., Donadon, M. V., Falzon, B. G. Delamination threshold load for dynamic impact on plates. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, Vol. 43, pp. 3124–3141.
6. Бирюков Д. Г., Кадомцев И. Г. Упругопластический неосесимметричный удар параболического тела по сферической оболочке // Прикладная математика и теоретическая физика. – 2005. – Т. 46. – № 1. – С. 181–186.
7. Локтев А. А., Вершинин В. В. Моделирование систем противоударной изоляции из вязкоупругими элементами // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия Естественные науки. – 2012. – № 2. – С. 52–63.
8. Локтев А. А., Сычева А. В. Исследование динамических характеристик верхнего строения железнодорожного пути при динамическом воздействии // Наука и техника транспорта. – 2013. – № 4. – С. 58–64.
9. Loktev, A. A., Sycheva, A. V., Vershinin, V. V. Modeling of Work of a Railway Track at the Dynamic Effects of a Wheel Pair. *Proceeding of the 2014 International Conference on Theoretical Mechanics and Applied Mechanics*, Venice, Italy, March 15–17, 2014, pp. 78–81.
10. Мазов Ю. Н., Локтев А. А., Сычев В. П. Оценка влияния дефектов колес подвижного состава на состояние железнодорожного пути // Вестник МГСУ. – 2015. – № 5. – С. 54–65.
11. Balandin, D. V., Bolotnik, N. N., Pilkey, W. D. Optimal protection from impact and shock: theory and methods. *Applied Mechanics Reviews*, 2000, Vol. 53, Iss. 9, pp. 237–264.
12. Schonberg, W. P., Keer, L. M., Woo, T. K. Low velocity impact of transversely isotropic beams and plates. *International Journal of Solids and Structures*, 1987, Vol. 23, pp. 871–896.

Координаты авторов: Локтев А. А. – aaloktev@yandex.ru, Виноградов В. В. – +(495) 684–21–10, Бучкин В. А. – vp@vpm770.ru.

Статья поступила в редакцию 27.11.2015, принята к публикации 22.12.2015.

