Устойчивость кузова вагона

Анатолий ГУСЕВ

Anatoly I. GUSEV

Автором исследуется задача об устойчивости находящегося на рельсах вагона в зависимости от размещения его центра тяжести. Или иначе говоря – о допустимых пределах смещения этого центра при погрузке перевозимых материалов, продукции в вагонный кузов.

Ключевые слова: железная дорога, условия погрузки, устойчивость вагона, расчет зоны устойчивости, центр тяжести.

Гусев Анатолий Иванович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математика» Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ).

Рассмотрим поперечное передвижение кузова вагона относительно рельсов. На рис. 1 показано схематическое размещение колес K_1 и K_2 на рельсах P_1 .

При поперечном перемещении центр тяжести вагона перемещается. Если при перемещении вертикальная координата центра тяжести увеличивается, значит, вагон находится в устойчивом положении (то есть положение, изображенное на рис. 1 устойчивое, как у игрушки-неваляшки), в противном случае вагон будет находиться в неустойчивом положении и размещение колес на рельсах приобретет вид, изображенный на рис. 2 (вагон на боку). В этом нежелательном варианте неизбежен большой износ как вагона, так и рельсов.

С учетом названных обстоятельств нами исследуется задача об устойчивости вагона в зависимости от размещения его центра тяжести (вопрос о допустимых нормах смещения центра тяжести при загрузке вагонного кузова).

Для решения поставленной задачи продлим наклонные линии колесной пары K_1 и K_2 до их пересечения в точке O (см. рис. 3). Отрезок $[A_1 B_1]$ – это рельс

Рис. 1. Размещение колесной пары на рельсах.

Рис. 2. Размещение колесной пары на рельсах на боку.

Рис. 3. Размещение центра тяжести вагона.

Рис. 4. Поперечное перемещение колесной пары.

P_1 , отрезок $[A_2 B_2]$ – рельс P_2 , а Π – центр тяжести груженого вагона. Обозначим длину отрезка $O\Pi$ через d , при этом ϕ – угол наклона рельса (в действующей системе $\text{tg}(\phi)=1/20$), β – угол смещения центра тяжести относительно вертикального направления.

На рис. 4 показано положение, когда колесная пара смещена в поперечном направлении.

При повороте угол $D_1 O D_2$ (см. рис. 3) перемещается на рельсах $A_1 B_1$ и $A_2 B_2$ (на точках A_1 и B_2). В результате точка O перешла в O_1 , точки D_1 и D_2 – соответственно в точки D_3 и D_4 (рис. 4). Центр тяжести Π переместился в точку Π_1 .

Обозначим через ψ – угол $O_1 B_2 A_2$ (между колесом и рельсом). Расстояние между рельсами $A_1 A_2$ обозначим через π (1520 мм). Ширину рельса $A_2 B_2$ обозначим через π (78 мм). Положим $O A_2 = c = \pi / (2 \cos \phi)$.

Тогда координаты точки $B_2 = ((c + \pi) \cos \phi, (c + \pi) \sin \phi)$. Угол же $D_3 O_1 B_2$ получим следующим образом:

1. Угол $B_2 O D_1$ повернем по часовой стрелке на угол ψ вокруг точки B_2 , тем самым получим угол $B_2 O_2 D_5$. $A_1 E$ перпендикулярно $O_2 D_5$. $A_1 \Gamma$ параллельно $O_2 B_2$.
2. Угол $E O_2 B_2$ сдвигаем параллельно $O_2 B_2$ на длину отрезка $A_1 \Gamma$.

Координаты вектора $B_2 O_2 = (-(c + \pi) \cos(\phi - \psi), -(c + \pi) \sin(\phi - \psi))$. Отсюда координаты точки $O_2 = ((c + \pi) \cos \phi - (c + \pi) \cos(\phi - \psi), (c + \pi) \sin \phi - (c + \pi) \sin(\phi - \psi))$. Координаты

вектора $O_2 D_5 = ((c + \pi) \cos(\phi + \pi - 2\phi - \psi), (c + \pi) \sin(\phi + \pi - 2\phi - \psi))$ или $O_2 D_5 = (-(c + \pi) \cos(\phi + \psi), (c + \pi) \sin(\phi + \psi))$. Отсюда получаем, что направляющий вектор прямой $O_2 D_5$ имеет координаты: $(\sin(\phi + \psi), \cos(\phi + \psi))$.

Имея координаты точки O_2 и направляющий вектор прямой $O_2 D_5$, запишем уравнение прямой $O_2 D_5$: $\sin(\phi + \psi)(x - (c + \pi) \cos \phi + (c + \pi) \cos(\phi - \psi)) + \cos(\phi + \psi)(y - (c + \pi) \sin \phi + (c + \pi) \sin(\phi - \psi)) = 0$.

Координаты точки $A_1 = (-c \cos \phi, c \sin \phi)$. Расстояние от точки A_1 до прямой $O_2 D_5$ равно: $\pm A_1 E = \sin(\phi + \psi)(-c \cos \phi - (c + \pi) \cos \phi + (c + \pi) \cos(\phi - \psi)) + \cos(\phi + \psi)(c \sin \phi - (c + \pi) \sin \phi + (c + \pi) \sin(\phi - \psi)) = -c \sin \psi - (c + \pi) \sin(2\phi + \psi) + (c + \pi) \sin(2\phi)$. Отсюда получаем: $A_1 E = c \sin \psi + (c + \pi) \sin(2\phi + \psi) - (c + \pi) \sin(2\phi)$.

Найдем угол $\angle E A_1 \Gamma$ (это угол между векторами $(\sin(\phi + \psi), \cos(\phi + \psi))$; $(\cos(\phi - \psi), \sin(\phi - \psi))$). $\cos(\angle E A_1 \Gamma) = \sin(\phi + \psi) \cos(\phi - \psi) + \cos(\phi + \psi) \sin(\phi - \psi) = \sin(2\phi)$. Приняв $A_1 \Gamma = A_1 E / \cos(\angle E A_1 \Gamma) = (c \sin \psi + (c + \pi) \sin(2\phi + \psi)) / \sin(2\phi) - (c + \pi)$, можем найти вертикальную координату смещенного центра Π_1 .

Для этого рассмотрим рис. 5, где $B_2 K = (c + \pi) \sin \phi$; $B_2 И = O_1 B_2 \sin(\phi - \psi) = (c + \pi + A_1 \Gamma) \sin(\phi - \psi) = (c \sin \psi + (c + \pi) \sin(2\phi + \psi)) \sin(\phi - \psi) / \sin(2\phi)$; $\Pi_1 M = d \sin(\pi/2 - \phi - \beta + \phi - \psi) = d \cos(\beta + \psi)$.

Вертикальная координата смещенного центра Π_1 равна $y = \Pi_1 M + И K = \Pi_1 M + B_2 K - B_2 И = d \cos(\beta + \psi) + (c + \pi) \sin \phi -$

Рис. 5. Нахождение координат смещенного центра.

Рис. 6. Зона устойчивости вагона.

Рис. 7. Размещение двухреберной колесной пары на рельсах.

$(c \sin \psi + (c + \text{ш}) \sin (2\phi + \psi)) \sin (\phi - \psi) / \sin (2\phi)$. Функция y зависит от ψ .

Найдем производную функции y : $y' = -d \sin (\beta + \psi) - (c \cos (\psi) + (c + \text{ш}) \cos (2\phi + \psi)) \sin (\phi - \psi) / \sin (2\phi) + (c \sin \psi + (c + \text{ш}) \sin (2\phi + \psi)) \cos (\phi - \psi) / \sin (2\phi)$.

Отсюда имеем: $y'(0) = -d \sin (\beta) - (c + (c + \text{ш}) \cos (2\phi)) \sin (\phi) / \sin (2\phi) + (c + \text{ш}) \cos (\phi) = -d \sin (\beta) + (c + \text{ш}) \cos (\phi) - (c + (c + \text{ш}) \cos (2\phi)) / (2 \cos \phi) = -d \sin (\beta) + (2(c + \text{ш}) \cos^2 (\phi) - (c + \text{ш}) \cos (2\phi) - c) / (2 \cos \phi) = -d \sin (\beta) + \text{ш} / (2 \cos \phi)$.

Устойчивость вагона будет достаточной, если $y'(0) > 0$. Отсюда условие для получения этой устойчивости:

$$d \sin (\beta) < \text{ш} / (2 \cos \phi).$$

Заметим, что $d \sin (\beta) = \text{ЦФ}$ (рис. 3) – смещение центра в горизонтальном направлении. Обозначим горизонтальное смещение через L , т.е. $L = \text{ЦФ}$. Тем самым мы выполняем условие устойчивости вагона – $L < \text{ш} / (2 \cos \phi)$,

Рис. 6. Зона устойчивости вагона.

где L – горизонтальное смещение центра тяжести вагона, ш – ширина рельса, ϕ – угол наклона рельса. При $\text{ш} = 78$ мм, $\text{tg}(\phi) = 1/20$ имеем $L < 39,05$ мм. Отметим, что ширина устойчивости L не зависит от расстояния между рельсами, а только от ширины и угла наклона рельса.

Если схематически изобразить вагон (рис. 6) в виде прямоугольника БВГД (сечение вагона перпендикулярно горизонтальному направлению), то зона устойчивости будет находиться в прямоугольнике ЗОНА, где $СА = ЗС = L$, а $С$ – середина вагона.

Из вычислений видно, что ширина зоны устойчивости L мала. Для увеличения этой зоны, а также безопасности, значительного уменьшения износа колеса и рельса предлагается контакт рельса и колеса, показанный на рис. 7.

Выводы

1. В существующей связи колеса и рельса нормальное положение между ними (рис. 1) неустойчиво, происходит сваливание на ребро (рис. 2), синусоидальное движение, что значительно изнашивает как колесо, так и рельс.

2. Необходима новая конструкция колеса и рельса с целью создания большей зоны устойчивости (рис. 6), увеличения безопасности, значительного уменьшения износа колеса и рельса. Например, конструкция (рис. 7), при которой ширина зоны устойчивости равна расстоянию между рельсами. ●

STABILITY OF CAR BODY

Gusev, Anatoly I. – Ph. D. (Phys.-Math.), associate professor of the department of mathematics of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT).

The author studies a problem of the stability of a railway car in terms of the point of its center of gravity. In other words the solution of the problem should consider allowable limits of displacement of the center of gravity once the goods or other cargo are loaded into the car body.

Key words: railway, loading conditions, railway car stability, computation of stability zone, center of gravity.

Координаты автора (contact information): Гусев А. И. – (495) 684–24–82.