



# Модели трехпроводной системы электроснабжения



Юрий ЧЕРНОВ

Yuri A. CHERNOV

**Разработка схем замещения тяговой сети автотрансформаторной системы электроснабжения с напряжением в линии питающий провод–рельсы, отличающимся от напряжения в линии контактная сеть–рельсы. Схемы для системы 2×25 кВ являются частным случаем. В них в два раза сокращено число замкнутых контуров. С учетом одностороннего питания фидерной зоны рассматриваемый вариант наглядно показывает распределение нагрузки по элементам тяговой сети и позволяет производить расчеты интересующих величин при одном поезде на фидерной зоне или при коротком замыкании вручную.**

*Ключевые слова:* железная дорога, математическая модель, система электроснабжения 2×25 кВ, автотрансформаторы, схемы замещения тяговой сети.

*Чернов Юрий Антонович – доктор технических наук, профессор кафедры «Энергоснабжение электрических железных дорог» Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ).*

**Н**а железных дорогах Японии, России и ряда других стран с целью увеличения расстояния между тяговыми подстанциями применена трехпроводная система электроснабжения с автотрансформаторами. Она при одинаковых напряжениях в линиях контактная сеть–рельсы и питающий провод–рельсы, равных 25 кВ, в нашей стране получила название «система 2×25 кВ».

Напряжение в линии контактная сеть–рельсы не может быть повышено при использовании электроподвижного состава с номинальным напряжением 25 кВ. Напряжение в линии питающий провод–рельсы допускает повышение до 35 или 50 кВ (система 2×25 + m кВ). Аналог был осуществлён в начале прошлого века в США [1]. На железных дорогах Реддинг (Филадельфия) и Вирджинской применена трехпроводная система электроснабжения с автотрансформаторами при напряжениях относительно рельс 12 кВ в контактной сети и 24 кВ в питающем проводе.

## ОДНОПУТНАЯ ЛИНИЯ

Согласно работе [2] падения напряжения на единице длины в контурах контактная сеть – рельс и питающий провод –

рельс для однопутного участка определяются следующими простыми выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{окр} &= \underline{Z}_{окк} \dot{I}_к - \underline{Z}_{ов} \dot{I}_п ; \\ \dot{U}_{опр} &= \underline{Z}_{оэп} \dot{I}_п - \underline{Z}_{ов} \dot{I}_к . \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При рассмотрении вопросов, не связанных с потенциалами рельсовой цепи, наибольший интерес представляют частные случаи, когда переходные сопротивления рельсы – земля  $\underline{Z}_{опер} = \infty$  и  $\underline{Z}_{опер} = 0$ .

В этих частных случаях обозначим:

$\underline{Z}_{окк}$  – коэффициент перед током контактной сети, представляющий собой удельное сопротивление контура контактная сеть – рельс;

$\underline{Z}_{оэп}$  – коэффициент перед током питающего провода, представляющий собой удельное сопротивление контура питающий провод – рельс;

$\underline{Z}_{ов}$  – коэффициент перед токами у вторых слагаемых в выражениях (1), представляющий собой удельное взаимное сопротивление между контурами контактная сеть – рельс и питающий провод – рельс.

При  $\underline{Z}_{опер} = \infty$ :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{окк} &= \underline{Z}_{окс} + \underline{Z}_{ор} - 2\underline{Z}_{окр} ; \\ \underline{Z}_{оэп} &= \underline{Z}_{опп} + \underline{Z}_{ор} - 2\underline{Z}_{опр} ; \\ \underline{Z}_{ов} &= \underline{Z}_{ор} - \underline{Z}_{окр} + \underline{Z}_{окп} - \underline{Z}_{опр} . \end{aligned} \right\} \quad (2')$$

При  $\underline{Z}_{опер} = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{окк} &= \underline{Z}_{окс} - \frac{\underline{Z}_{окр}^2}{\underline{Z}_{ор}} ; \\ \underline{Z}_{оэп} &= \underline{Z}_{опп} - \frac{\underline{Z}_{опр}^2}{\underline{Z}_{ор}} ; \\ \underline{Z}_{ов} &= \underline{Z}_{окп} - \frac{\underline{Z}_{окр} \underline{Z}_{опр}}{\underline{Z}_{ор}} . \end{aligned} \right\} \quad (2'')$$

Выражения (1) позволяют получить более простую схему замещения трехпроводной системы электроснабжения с автотрансформаторами, где вместо продольных параметров отдельных проводов и индуктивной связи между ними используются сопротивления контуров контактная сеть-рельсы, питающих провод-рельсы, и взаимное сопротивление между этими контурами, включающее гальванические и магнитные связи между ними.

Воспользовавшись предложением Г. Г. Марквардта [3] о разнесении в системе

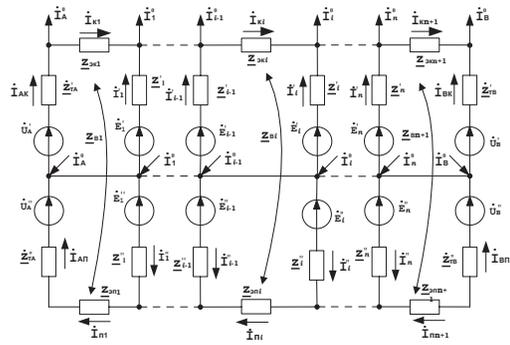


Рис. 1. Схема замещения тяговой сети системы с АТ при нагрузке.

с автотрансформаторами нагрузок поездов между узлами по известному из курса «Электрические сети» правилу, получим схему замещения системы с АТ, показанную на рис. 1 при n АТ с нагрузками  $\dot{I}_A^0, \dot{I}_1^0, \dots, \dot{I}_n^0, \dot{I}_B^0$  в узловых точках контактной сети.

Схема замещения на рис. 1 при ограничениях

$$\frac{\dot{E}'_i}{\dot{E}''_i} = \frac{W'_i}{W''_i} ; \quad (3)$$

$$\dot{I}'_i W'_i - \dot{I}''_i W''_i = 0 \quad (4)$$

позволяет найти токораспределение в автотрансформаторной системе и в случае, когда напряжение контактная сеть – рельсы отличается от напряжения питающий провод – рельсы.

В схемах замещения здесь и в последующем приняты следующие обозначения:

$\underline{Z}_{Тi}, \underline{Z}''_{Тi}$  – сопротивления обмоток трансформаторов на подстанции i, включенных соответственно между контактной сетью и рельсами и между питающим проводом и рельсами;

$\dot{I}_{ик}, \dot{I}_{ин}$  – нагрузки обмоток трансформаторов подстанции i, включенных между контактной сетью и рельсами и между питающим проводом и рельсами;

$\dot{U}'_i, \dot{U}''_i$  – э. д. с. тех же обмоток трансформаторов подстанции i;

$\dot{I}_{ки}, \dot{I}_{ни}$  – токи соответственно в контактной сети и питающем проводе на участке с номером i;

$\underline{Z}'_i, \underline{Z}''_i$  – сопротивления общей и последовательной обмоток i-го АТ;

$\dot{E}'_i, \dot{E}''_i$  – э. д. с., наведенные главным магнитным потоком общей и последовательной обмоток i-го АТ;





$I'_i, I''_i$  – нагрузки общей и последовательной обмоток  $i$ -го АТ;

$l_i$  – расстояние между подстанцией и АТ или между автотрансформаторами;

$n$  – число автотрансформаторных пунктов в фидерной зоне.

Условимся под коэффициентом трансформации автотрансформатора понимать отношение числа витков последовательной обмотки к числу витков общей. Обозначим его через  $K$ . Тогда:

$$K = \frac{w''}{w'} \quad (5)$$

Составим два контурных уравнения для верхнего и нижнего контуров между автотрансформаторами  $i-1$  и  $i$  (рис. 1).

$$\underline{Z}'_{i-1} I'_{i-1} + \underline{Z}_{\text{эки}} I_{\text{ки}} - \underline{Z}_{\text{ви}} I_{\text{ви}} - \underline{Z}'_i I'_i = \dot{E}'_{i-1} - \dot{E}'_i;$$

$$-\underline{Z}''_{i-1} I''_{i-1} + \underline{Z}_{\text{эпи}} I_{\text{пи}} - \underline{Z}_{\text{ви}} I_{\text{ки}} + \underline{Z}''_i I''_i = \dot{E}''_{i-1} - \dot{E}''_i.$$

Разделив второе уравнение на  $K$  и вычтя его из первого, после преобразований с учетом (3), (4) и (5), имеем:

$$(\underline{Z}'_{i-1} + \frac{\underline{Z}''_{i-1}}{K^2}) I'_{i-1} + \underline{Z}_{\text{эки}} I_{\text{ки}} - \underline{Z}_{\text{ви}} I_{\text{ви}} -$$

$$-(\underline{Z}'_i + \frac{\underline{Z}''_i}{K^2}) I'_i - \frac{\underline{Z}_{\text{эпи}}}{K} I_{\text{пи}} + \frac{\underline{Z}_{\text{ви}}}{K} I_{\text{ки}} = 0. \quad (6)$$

В это выражение входят реальные токи общих обмоток автотрансформаторов, токи и сопротивления контактной сети и питающего провода, а также взаимное сопротивление между контурами.

С учетом равенства коэффициентов трансформации всех автотрансформаторов приведем параметры элементов схемы, соединенных с питающим проводом, и ток питающего провода к току общей обмотки. В данном случае удобнее говорить, что сопротивления части схемы, присоединенной к питающему проводу, и ток в ней приведен к току общей обмотки, поскольку напряжение на общей обмотке и нагрузке одинаковы, но токи в них разные. Поэтому сопротивления, приведенные к одному и тому же напряжению, но разным токам, тоже различны.

В формуле (6) в круглых скобках имеем приведенное к току общей обмотки сопротивление АТ, равное сумме сопротивлений двух обмоток.

Обозначим это сопротивление:

$$Z_i = \underline{Z}'_i + \frac{\underline{Z}''_i}{K^2}. \quad (7)$$

Следует отметить, что согласно (6), когда используется схема замещения автотрансформатора с ограничениями (3) и (4), на токораспределение влияет суммарное сопротивление двух обмоток автотрансформатора. Поэтому в рассматриваемой схеме замещения суммарное сопротивление его может распределяться между обмотками в произвольном соотношении, например пополам или полностью в любую одну обмотку.

В последнем выражении  $\underline{Z}'_i$  – сопротивление общей обмотки, приведенное к ее току;  $\underline{Z}''_i$  – сопротивление последовательной обмотки, приведенное к своему току. Поэтому  $\underline{Z}_i$  – сопротивление автотрансформатора, приведенное к току общей обмотки.

Рассмотрим, как определить сопротивление автотрансформатора, приведенное к току общей обмотки, по паспортным данным, когда те приведены к проходной мощности (в системе  $2 \times 25 \text{ кВ}$  к  $U_n = 55 \text{ кВ}$  и току последовательной обмотки).

Сопротивление автотрансформатора, приведенное к току последовательной обмотки ( $U_n = 55 \text{ кВ}$ ):

$$Z_{in} = \frac{U_k U_n^2}{100 \cdot S_{ни}}, \quad (8)$$

где  $U_k$  – напряжение короткого замыкания, приведенное к проходной мощности, %;

$U_n$  – номинальное первичное напряжение АТ (55 кВ);

$S_{ни}$  – номинальная (проходная) мощность АТ.

Следовательно, сопротивление автотрансформатора, приведенное к току общей обмотки:

$$\underline{Z}_{i0} = \frac{U_k U_n^2}{100 \cdot S_{ни} K^2}. \quad (9)$$

В выражение (6) должно подставляться сопротивление автотрансформатора, подсчитанное по формуле (9). В случае  $K=1$  имеем  $Z_{in} = Z_{i0}$ .

Условимся обозначать величины, приведенные к току общей обмотки, кружком над соответствующей величиной.

Ток питающего провода и его сопротивление, приведенные к току общей обмотки

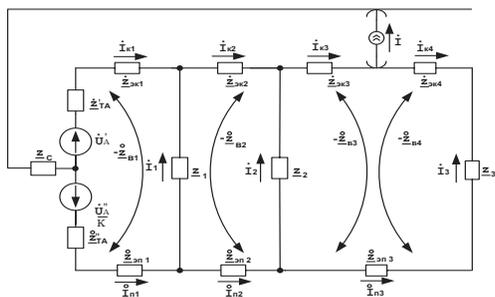


Рис. 2. Упрощенная схема замещения системы с АТ однопутной линии.

$$I_{п1}^0 = \dot{I}_{п1} K; \quad (10)$$

$$\underline{Z}_{эп1}^0 = \frac{Z_{эп1}}{K^2}. \quad (11)$$

Рассмотрим, как привести взаимное сопротивление между контурами. Наведенное напряжение в контуре контактная сеть – рельсы не должно меняться, если определяем его через реальный  $\dot{I}_n$  или приведенный  $I_n$  токи.

Поэтому  $\underline{Z}_{в1}^0 I_{п1}^0 = \underline{Z}_{в1} \dot{I}_{п1}$ . Откуда

$$\underline{Z}_{в1}^0 = \frac{\underline{Z}_{в1} \dot{I}_{п1}}{I_{п1}^0}. \quad (12)$$

С учетом (10) имеем:

$$\underline{Z}_{в1}^0 = \frac{\underline{Z}_{в1}}{K}. \quad (13)$$

Уравнение (6) при включении в него сопротивлений, приведенных к току общей обмотки, и токов общих обмоток автотрансформаторов, обозначаемых далее без штриха, имеет вид:

$$\underline{Z}_{i-1} \dot{I}_{i-1} + \underline{Z}_{эк1} \dot{I}_{к1} - \underline{Z}_{в1}^0 I_{п1}^0 - \underline{Z}_1 \dot{I}_1 - \underline{Z}_{эп1}^0 I_{п1}^0 + \underline{Z}_{в1} \dot{I}_{к1} = 0. \quad (14)$$

Составив два уравнения для верхнего и нижнего контуров (см. рис. 1) между подстанцией и первым автотрансформатором, после аналогичных формуле (6) преобразований и приведения сопротивлений к току общей обмотки имеем:

$$\underline{Z}'_{ТА} \dot{I}_{АК} + \underline{Z}_{эк1} \dot{I}_{к1} - \underline{Z}_{в1}^0 I_{п1}^0 - \underline{Z}_1 \dot{I}_1 - \underline{Z}''_{ТА} \dot{I}_{АП} - \underline{Z}_{эп1}^0 I_{п1}^0 + \underline{Z}_{в1} \dot{I}_{к1} - \dot{U}'_A + \frac{\dot{U}''_A}{K} = 0 \quad (15)$$

В этом уравнении  $\underline{Z}'_{ТА}$  и  $\underline{Z}''_{ТА}$  – сопротивления полуобмоток трансформатора

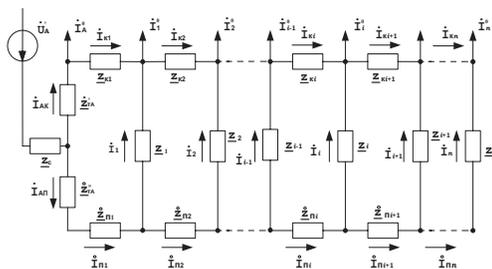


Рис. 3. Схема замещения для расчета токораспределения в системе с АТ при одностороннем питании фидерной зоны.

подстанции присоединены соответственно к контактной сети и питающему проводу.  $\underline{Z}''_{ТА}$  приводится к току общей обмотки автотрансформатора делением  $\underline{Z}''_{ТА}$  на  $K^2$ .

Нетрудно по уравнениям (14) и (15) составить упрощенную схему замещения тяговой сети автотрансформаторной системы однопутной линии, которая представлена на рис. 2 в качестве примера для случая одностороннего питания ( $\underline{Z}_C$  – сопротивление питающей сети).

Схема замещения на рис. 2 позволяет находить токораспределение, напряжения на поездах и рассчитывать токи короткого замыкания.

Для расчета только токораспределения на однопутном участке эта схема замещения может быть еще более упрощена.

С этой целью обозначим:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ок} &= \underline{Z}_{оэк} + \underline{Z}_{ов}^0; \\ \underline{Z}_{оп}^0 &= \underline{Z}_{оэп}^0 + \underline{Z}_{ов}^0. \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом (16) уравнения (14) и (15) представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{i-1} \dot{I}_{i-1} + \underline{Z}_{в1} \dot{I}_{к1} - \underline{Z}_1 \dot{I}_1 - \underline{Z}_{в1}^0 I_{п1}^0 &= 0; \\ \underline{Z}'_{ТА} \dot{I}_{АК} + \underline{Z}_{к1} \dot{I}_{к1} - \underline{Z}_1 \dot{I}_1 - \underline{Z}_{п1}^0 I_{п1}^0 - \underline{Z}''_{ТА} \dot{I}_{АП} &= \dot{U}'_A - \frac{\dot{U}''_A}{K}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Схема замещения, описываемая этими уравнениями, при  $\dot{U}'_A = K \dot{U}''_A$  показана на рис. 3.

## ДВУХПУТНАЯ ЛИНИЯ

Схемы замещения автотрансформаторной системы двухпутной линии с использованием рассмотренной схемы замещения АТ при узловой схеме соединения проводов путей представлена на рис. 4. В обозначении



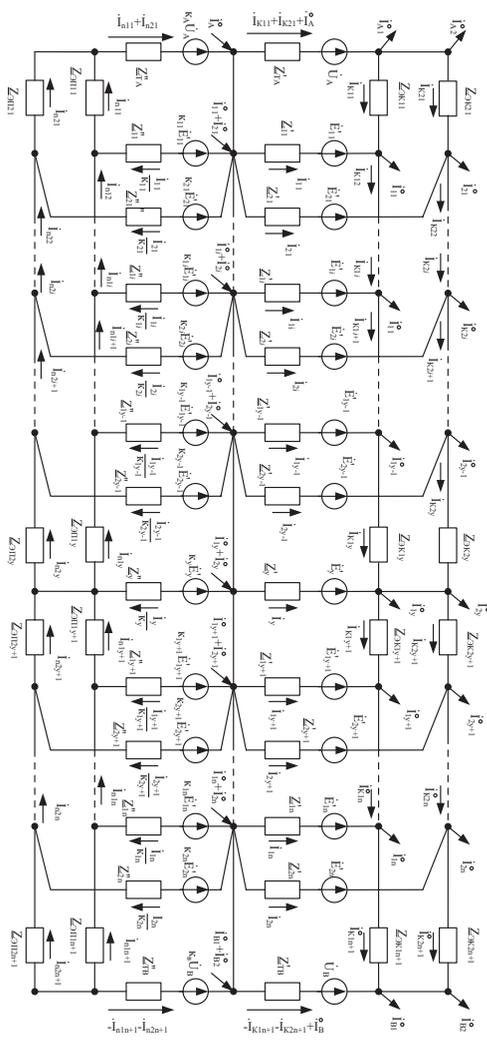


Рис. 4. Схема замещения системы с АТ двухпутной линии при узловой схеме соединения проводов тяговой сети.

ниях первый цифровой индекс соответствует номеру пути.

Сделав развязку гальванической и магнитной связи между контурами двухпутной линии аналогично тому, как это сделано выше при выводе выражений (1) для однопутной линии, падения напряжения на первом участке в контурах контактная сеть – рельсы и питающий провод – рельсы первого пути запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Д}\dot{U}_{\text{кр1}} &= Z_{\text{эк11}} \dot{i}_{\text{к11}} + Z_{\text{вкк,1}} \dot{i}_{\text{к21}} - Z_{\text{вк1н1,1}} \dot{i}_{\text{н11}} - Z_{\text{вк1н2,1}} \dot{i}_{\text{н21}}; \\ \text{Д}\dot{U}_{\text{пр1}} &= Z_{\text{он11}} \dot{i}_{\text{н11}} + Z_{\text{впп,1}} \dot{i}_{\text{н21}} - Z_{\text{вк1н1,1}} \dot{i}_{\text{к11}} - Z_{\text{вк2н1,1}} \dot{i}_{\text{к21}}. \end{aligned} \quad (18)$$

В (18) эквивалентные сопротивления контуров, а также взаимное сопротивление

между контурами одного и того же пути определяются выражениями (2). Удельные взаимные сопротивления между контурами контактная сеть – рельсы двух путей, между контурами питающий провод – рельсы двух путей, а также между контурами контактная сеть – рельсы одного пути и питающий провод – рельсы другого пути соответственно равны:

$$\begin{aligned} \text{при } Z_{\text{пер}} = \infty \\ \left. \begin{aligned} Z_{\text{овкк}} &= Z_{\text{окк}} + Z_{\text{оп}} - 2Z_{\text{окр}} \\ Z_{\text{овпп}} &= Z_{\text{онп}} + Z_{\text{оп}} - 2Z_{\text{онр}} \\ Z_{\text{овк1н2}} &= Z_{\text{ок1н2}} + Z_{\text{оп}} - Z_{\text{окр}} - Z_{\text{онр}} \end{aligned} \right\} \quad (18') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{при } Z_{\text{пер}} = 0 \\ \left. \begin{aligned} Z_{\text{овкк}} &= Z_{\text{окк}} - \frac{Z_{\text{окр}}^2}{Z_{\text{оп}}} \\ Z_{\text{овпп}} &= Z_{\text{онп}} - \frac{Z_{\text{онр}}^2}{Z_{\text{оп}}} \\ Z_{\text{овк1н2}} &= Z_{\text{ок1н2}} - \frac{Z_{\text{окр}} Z_{\text{онр}}}{Z_{\text{оп}}} \end{aligned} \right\} \quad (18'') \end{aligned}$$

В последних выражениях  $Z_{\text{окк}}$ ,  $Z_{\text{онп}}$  и  $Z_{\text{овк1н2}}$  – удельные взаимные сопротивления соответственно между контактными подвесками и питающими проводами двух путей, а также между контактной сетью первого пути и питающим проводом второго пути.

В случае с одинаковыми коэффициентами трансформации у всех автотрансформаторов, составив с учетом (18) контурные уравнения для верхнего и нижнего контуров между АТ  $i-1$  и  $i$  (рис. 4), разделив второе уравнение на  $K$  и вычтя его из первого, после преобразований, как и при выводе формулы (6) для однопутной линии, можем записать, например, для первого пути:

$$\begin{aligned} Z_{\text{л1-1}} \dot{i}_{\text{л1-1}} - Z_{\text{л1}} \dot{i}_{\text{л1}} + Z_{\text{экк1}} \dot{i}_{\text{к11}} + Z_{\text{вкк1}} \dot{i}_{\text{к21}} - Z_{\text{вк1н1}} \dot{i}_{\text{н11}} - Z_{\text{вк1н2}} \dot{i}_{\text{н21}} - \\ - Z_{\text{он11}} \dot{i}_{\text{н11}} - Z_{\text{впп1}} \dot{i}_{\text{н21}} + Z_{\text{вк11}} \dot{i}_{\text{к11}} + Z_{\text{вк2н1}} \dot{i}_{\text{к21}} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогичное уравнение для участка между подстанцией и первым АТ, например, пути I может быть записано в виде:

$$\begin{aligned} Z'_{\text{ТА}} (\dot{i}_{\text{к11}} + \dot{i}_{\text{к21}} + \dot{i}_A^0) - Z''_{\text{ТА}} (\dot{i}_{\text{н11}} + \dot{i}_{\text{н21}}) - Z_{\text{л1}} \dot{i}_{\text{л1}} + Z_{\text{эк11}} \dot{i}_{\text{к11}} + \\ + Z_{\text{вкк1}} \dot{i}_{\text{к21}} - Z_{\text{вк1н1}} \dot{i}_{\text{н11}} - Z_{\text{вк1н2}} \dot{i}_{\text{н21}} - Z_{\text{он11}} \dot{i}_{\text{н11}} - \\ - Z_{\text{впп1}} \dot{i}_{\text{н21}} + Z_{\text{вк1н1}} \dot{i}_{\text{к11}} + Z_{\text{вк2н1}} \dot{i}_{\text{к21}} = \dot{U}_A - \frac{K_A \dot{U}_A}{K}. \end{aligned} \quad (20)$$

Уравнения (19) и (20) позволяют составить упрощенную схему замещения тяговой сети системы с автотрансформаторами двухпутной линии, которая представлена на рис. 5.

В выражениях (19) и (20) и на рис. 5 в общем случае при  $K \neq 1$  и равенстве коэффициентов трансформации всех автотрансформаторов токи и параметры контура питающий провод – рельсы приводятся к току общей обмотки автотрансформатора. При этом сопротивления автотрансформаторов определяются по формуле (9). Токи питающего провода приводятся по формуле (10). Сопротивления элементов схемы замещения, включенных последовательно в цепь питающего провода, и взаимное сопротивление  $Z_{\text{випп}}$  приводятся через  $K^2$  по формуле, аналогичной (11), а все остальные взаимные сопротивления (между контурами контактная сеть и питающий провод) приводятся по формуле (13). На подстанции  $i$   $U_i^0 = \frac{U_i^n}{K}$ .

## ВЫВОДЫ

Представленные математические модели системы электроснабжения с автотрансформаторами дают возможность определять токораспределение в ней для однопутных и двухпутных линий в случаях однофазных трансформаторов на подстанциях, трехфазных трансформаторов, соединенных последовательно, и трехфазных трансформаторов с повышающими автотрансформаторами на подстанциях. Для этого достаточно воспользоваться любым известным методом расчета сложносвязанных цепей.

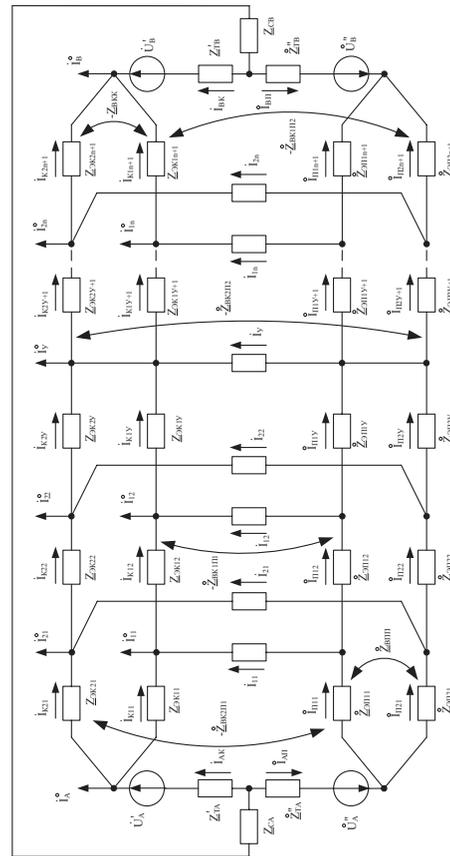


Рис. 5. Упрощенная схема замещения системы с АТ двухпутной линии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Альбац М. М. Тяговые подстанции и контактная сеть на электрифицированных железных дорогах. – М.–Л.: Госжелдориздат, 1933
2. Чернов Ю. А. Расчет токораспределения в системе электроснабжения 2×25 кВ//Сб. науч. трудов МИИТ. Вып. 487. – М., 1976.
3. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. – М.: Транспорт, 1982. ●

## MODELS OF THREE-WIRE POWER SUPPLY SYSTEM

**Chernov, Yuri A.** – D.Sc. (Tech), professor of the department of power supply of electric railways of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT).

The author studies the equivalent circuit of traction network of autotransformer system of electric power supply with the voltage in the line between the feeding cable and the rails that differs from the voltage in the line between aerial contact wire and the rails. The article describes circuits for the system 2×25kV as a subcase where the number of closed circuits is halved. See the unilateral feeding of feeder zone, the considered variant shows distribution of load by the elements of traction network and allows to manually calculate the sought values for a train in the feeder zone or for a short circuit situation.

**Key words:** railway, mathematical model, power supply system 2×25kV, autotransformers, equivalent circuits for traction network.

Координаты автора (contact information): Чернов Ю. А. – (495)684–22–77

