УДК 517.938:629.4.066

Идентификация хаотических процессов в транспортных системах

Галина ЧЕРНЕВА

Чернева Галина Петкова *– доцент, доктор на кафедре «Электротехника и физика» Высшего транспортного училища им. Тодора Каблешкова, София, Болгария.*

Galina P. CHERNEVA

Identification of Chaotic Processes in Transport Systems
(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 12)

В статье предложена процедура идентификации хаотических процессов, которая может быть подходом к исследованию любой динамической системы, в том числе и транспортной. Рассмотрена подобная система третьей размерности, описывающая динамику конкретного транспортного процесса. На базе предложенного алгоритма проведено исследование в программной среде Mathcad при разных значениях параметров и начальных условиях. Демонстрируемый подход создает возможность управлять нелинейной транспортной системой, чтобы добиться желаемого режима работы.

Ключевые слова: нелинейные динамические системы, транспортная система, хаотические процессы, фазовый портрет, хаотический аттрактор, алгоритм идентификации.

Детерминированный хаос – это парадигма двадцатого века, которая дает новое восприятие окружающего мира, новые модели исследования [1]. Хаотические процессы встречаются довольно часто и могут возникать в системах различной природы – экономических, физических, биологических и т. д. [2-4]. Однако для этих неоднородных систем характерны общие свойства: диссипативность, нелинейность, одни и те же способы самоорганизации. Все они чрезвычайно чувствительны к внешним воздействиям и потому отличаются возможностью перехода в какое-то одно из большого числа допустимых равноправных состояний. Кроме того, их поведение имеет немалую динамику и описывается сходными математическими моделями.

Признаки и свойства нелинейности явлений могут наблюдаться и в транспортных системах. В научной литературе много примеров применения теории нелинейной динамики и моделирования с учетом динамического хаоса в транспортных процессах [3, 5-9]. Для их исследования используются общие методы: физические эксперименты, визуальная диагностика процесса, численные методы, компьютер-

ная симуляция. Здесь и проявляется синергетический подход [10, 11], призванный описывать явления в мире нелинейных систем, активно взаимодействующих с внешней средой.

С практической точки зрения интересен вопрос идентификации характера процесса в рассматриваемой динамической системе. Суть идентификации сводится к определению качественных и количественных особенностей процесса, которые помогли бы дифференцировать его для диагностических оптимизационных целей.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ СРЕДСТВАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Транспортные системы представляют собой сложные технические системы, состоящие из большого числа взаимоувязанных элементов: участников движения, совокупности транспортных средств, значительного количества операций транспортного процесса. Им свойственно взаимодействие гетерогенного трафика потоков пассажиров и определенного числа транспортных средств, участвующих в движении в текущий момент времени. В этом выражается сочетание детерминированных и стохастических факторов функционирующих систем.

Транспортные системы нелинейные. Они сильно зависимы от первоначальных условий и чувствительны к внешним воздействиям. Небольшие изменения в них могут привести к непредсказуемым последствиям.

У транспортной системы есть большое число возможных состояний (устойчивых, и неустойчивых), переход между которыми возможен в любой момент времени.

Все эти характерные особенности дают основание отождествить транспортную систему с нелинейной динамической системой (НДС). Результатом высокой чувствительности к начальным условиям является возможность хаотического поведения, которое подчиняется некоторому закону, т.е. является детерминированным.

Непрерывная НДС (ее состояние определено в любой момент времени) описывается системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений типа [12]:

$$\dot{x} = f(x, t, \mu), \qquad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T \in R^n$ – множество фазовых переменных;

n – размерность фазового пространства;

t – время;

μ – совокупность параметров;

$f = (f_1, f_2, ..., f_n)^T$ – нелинейные функции.

Известно [12, 13], что динамическая система может стать хаотической только в том случае, когда размерность фазового пространства больше или равна трем.

Состояние транспортной системы также можно определить как набор некоторых величин x_i, $i = 1, ..., n$. Смысл и число переменных x_i могут быть разными. Как, например, в самом простом случае, когда размерность $n = 3$:

x_1 – количество транспортных средств, участвующих в транспортном процессе в данный момент времени;

x_2 – количество пассажиров;

x_3 – число мест в транспортных средствах.

Переменные x_i непосредственно связаны с наблюдаемыми количественными характеристиками транспортной системы. Поэтому ее математическую модель опять же можно представить в виде уравнения (1). Модель отражает динамику и действующие связи в транспортной системе.

Правые элементы уравнения (1) могут быть разными в зависимости от вида функциональной зависимости f и значения параметров. В число параметров такого рода входят, например, интенсивность изменения переменных, предельная вместимость транспортных средств и т.д. При наличии подобных оснований математическая модель (1) будет отражать основные причинно-следственные связи функционирования транспортной системы и учитывать ее многоэлементный характер.

Уравнения (1) совместно с начальными условиями представляют собой задачу Коши. Ее решения могут быть регулярными (состояния равновесия, периодические и квазипериодические) и нерегулярными (хаотическими).

Из теории нелинейной динамики следует [12, 13], что малое изменение некоторого параметра (1) может привести к изменению

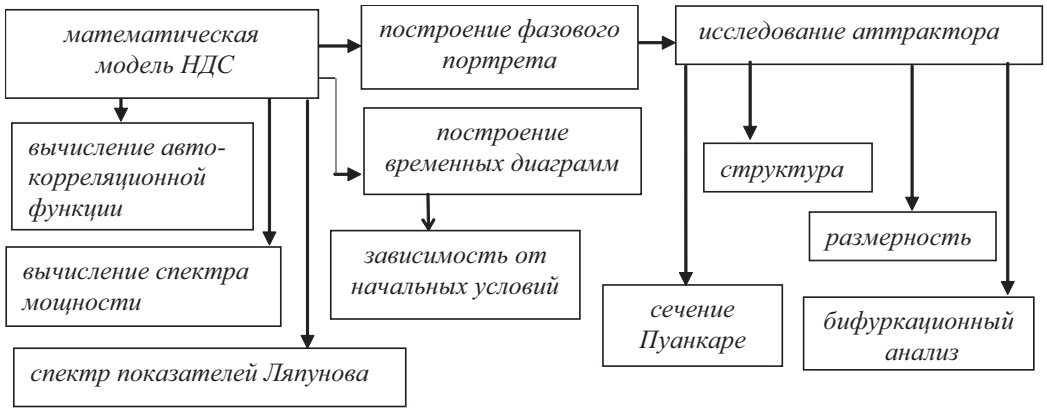


Рис. 1. Методы диагностики процессов НДС.

типа решения. Поэтому появление хаотического процесса в транспортной системе вполне допустимо и порождает необходимость в его идентификации.

МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ ПРОЦЕССОВ НДС

Структурная схема, которая иллюстрирует возможные методы диагностики процессов любой динамической системы, показана на рис. 1.

Первые признаки присутствия хаоса в системе выявляются при наблюдении временной зависимости в предполагаемом решении. Если при визуальной оценке не обнаруживается признаков упорядоченности или периодичности, то можно предположить, что данное движение хаотично. Использование анализа временных зависимостей позволяет исключить из рассмотрения системы с периодическими или асимптотически устойчивыми решениями. Однако данный метод пригоден только для прогнозирования, поскольку период движения может быть очень большим и его нелегко обнаружить.

Так как ключевым в определении динамического хаоса является чувствительность к начальным данным и разбегание за конечное время на конечное расстояние двух бесконечно близких траекторий, то полезно исследовать чувствительность решения к начальным значениям, построив на одном графике временные зависимости решения с разными начальными значениями. Это может дать предварительное заключение об экспоненциальной неустойчивости траекторий.

Другой метод визуальной диагностики связан с получением и исследованием фазовых портретов [12, 13] процессов. Анализ фазовых портретов позволяет судить о топологической структуре хаотического предельного множества. Здесь полезно исследовать и качественные преобразования фазового портрета при изменении параметров системы (построение бифуркационной диаграммы).

Если фазовые портреты не столь наглядны, либо существует необходимость в более подробном изучении структуры аттрактора, возможно рассмотрение сечения фазовых траекторий некоторой поверхностью (плоскостью), выбранной таким образом, чтобы все траектории пересекали эту поверхность под ненулевым углом. В таком случае на секущей поверхности возникает множество точек, соответствующих различным фазовым траекториям исходной системы, которые при правильном выборе секущей плоскости могут дать подробное представление о структуре фазового портрета динамической системы.

Обычно рассматриваются точки пересечения поверхности траекториями, идущими в одном выбранном направлении. Оператор эволюции однозначным образом определяет отображение секущей поверхности в себя (отображение Пуанкаре [14, 15]).

Для характеристики аттракторов целесообразно определить его размерность, так как нецелая фрактальная размерность свидетельствует о наличии фрактальной структуры, то есть «странного» аттрактора [12, 13].

Выделим из методов, дающих численную оценку хаотичности системы, определение автокорреляционной функции и вычисление спектра мощности хаотического колебания [12, 13]. Несомненно, однако, что важнейшими характеристиками аттрактора являются показатели Ляпунова и их спектр [16], которые определяют устойчивость орбиты на аттракторе. Наличие в спектре хотя бы одного положительного ляпуновского показателя означает неустойчивость рассматриваемой фазовой траектории. Необходимым и достаточным условием хаотичности системы остается положительность старшего ляпуновского показателя [14].

ПРОЦЕДУРА ИДЕНТИФИКАЦИИ ХАОСА

Безусловно, в процессе идентификации нет смысла проверять все характеристики, поскольку многие из них взаимозаменяемы. На практике комплекс методов по идентификации хаоса достаточно основывать на исследовании фазового пространства и вычислении спектра показателей Ляпунова, как это показано на рис. 2.

Ключевым моментом в процедуре является возможность управлять динамикой системы. Так как в ней существует счётное множество возможных неустойчивых состояний, то для существенного изменения ее поведения будут достаточны малые управляющие воздействия [15]. Они позволяют управлять не только переходами между этими состояниями, но и временем переходных процессов. Это особенно актуально для транспортных систем и дает шанс избежать нежелательных последствий хаотического режима.

Иллюстративный пример

Рассмотрим динамическую систему третьей размерности, которая описывает динамику транспортных процессов. Ее переменные имеют уже ранее указанный смысл. На базе причин, вызывающих изменения переменных и их взаимосвязей, создана математическая модель системы. В ней принято, что:

– изменение числа участвующих в процессе транспортных средств зависит от наличия в них мест и определенного количества пассажиров;

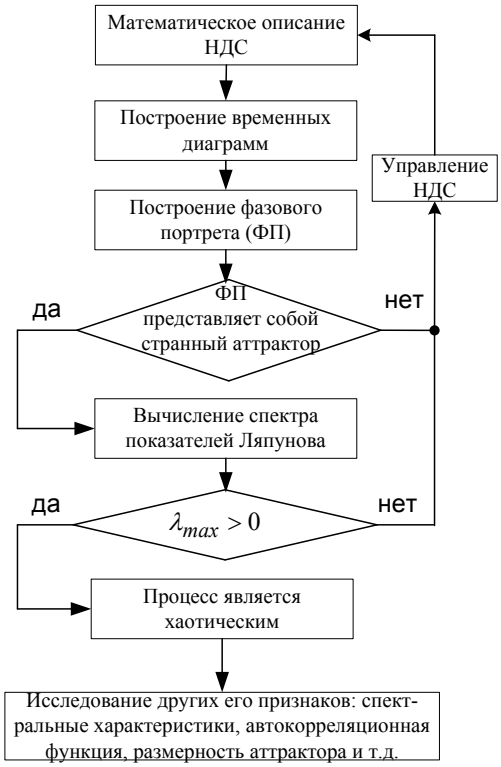


Рис. 2. Процедура идентификации хаотического процесса.

– изменение числа обслуживаемых пассажиров зависит от числа наличных транспортных средств и количества мест в них;

– изменение числа свободных мест пропорционально общему числу транспортных средств, числу мест в каждом из них и числу пассажиров.

Тогда модель транспортной системы можно представить в виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = cx_3 - ex_2 \\ \dot{x}_2 = ax_1 + bx_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 - dx_3 - x_2. \end{cases} \qquad (2)$$

Параметры a, b, c, d, e в (2) имеют в относительных единицах следующие значения:

a – коэффициент, учитывающий необходимость увеличения транспортных средств в эксплуатации;

b – выражает возможность перегруза;

c – учитывает процент занятых мест в транспортных средствах;

d – выражает предельную занятость мест;

e – выражает интенсивность потока пассажиров.

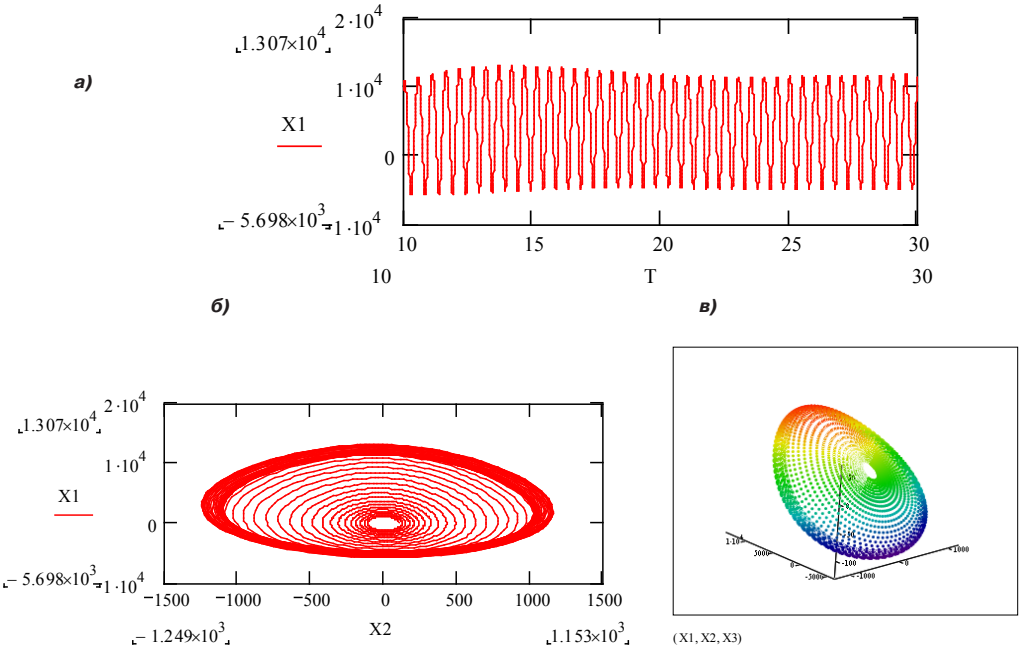


Рис. 3. Периодический режим системы.

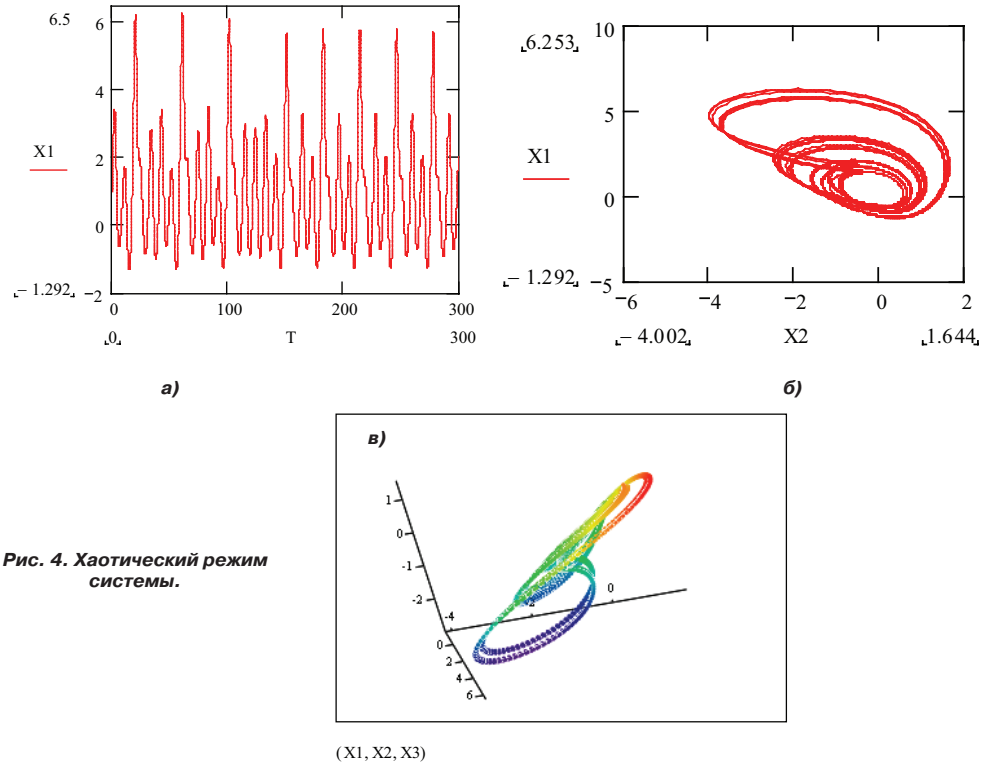


Рис. 4. Хаотический режим системы.

Система (2) решена численно в программной среде Mathcad при разных значениях параметров и начальных условиях. Получены временные диаграммы, фазовые портреты и траектории при:

- $a = 1$; $b = 0{,}5$; $c = 1$; $d = 0{,}8$; $e = 0{,}6$ (рис. 3);
- $a = 1$; $b = 0{,}3$; $c = 0{,}5$; $d = 1$; $e = 1{,}5$ (рис. 4).

Представленные на рис. 3а и рис. 4а

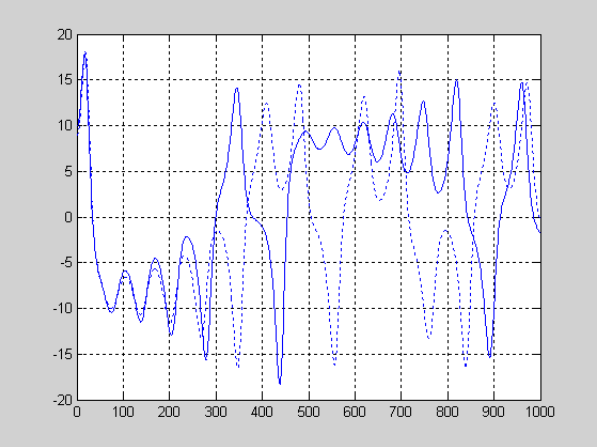


Рис. 5. Временные зависимости решения системы с разными начальными значениями.

временные диаграммы указывают на периодичность колебаний в первом случае и отсутствие упорядоченности фазовых переменных во втором.

Результаты решения на рис. 3б и 3в получены в виде предельных циклов.

Как видно из рис. 4б и 4в, фазовое пространство системы представляет собой предельное притягивающее множество – аттрактор, что подтверждает хаотичность данного решения.

Чтобы убедиться в чувствительности решения к начальным значениям, на одном графике построены временные зависимости решения системы с разными начальными значениями $x_1(0) = 10$, $x'_1(0) = 9$ (рис. 5). Полученный график дает предварительное заключение об экспоненциальной неустойчивости траекторий, то есть о наличии положительного показателя в спектре показателей Ляпунова.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен алгоритм идентификации хаотического режима, который с позиций синергетического понимания явлений в мире нелинейных систем применим и к исследованию транспортных процессов. Используя его, можно ответить на вопрос, какие значения параметров системы обуславливают хаотическое поведение. Такой способ позволяет управлять динамикой транспортных систем, чтобы добиться желаемого режима работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глейк Дж. Хаос: Создание новой науки. – СПб.: Амфора. – 2001. – 400 с.

2. Dendrinos, Dimitrios S., Sonis, Michael. Chaos and Social-Spatial Dynamics. New York, Springer-Verlag, 1990, 184 p.

3. Dendrinos, Dimitrios S. Traffic Flow Dynamics: A search for Chaos. *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 4, 1994, No. 4, pp. 605–617.

4. Blackerby, R. F. Applications of chaos theory to psychological models. Austin, TX: Performance Strategies publications, 1993, 175 p.

5. Агурев И. Е. Нелинейная динамика в теории автомобильных транспортных систем // Известия ТулГУ. Автомобильный транспорт. – 2006. – Вып. 9. – С. 3–13.

6. Агурев И. Е. Нелинейные модели транспортных процессов и систем // Известия ТулГУ. Автомобильный транспорт. – 2006. – Вып. 10. – С. 3–11.

7. Агурев И. Е., Атлас Е. Е. Хаотическая динамика в системах транспорта // Сложность. Разум. Постнеклассика. – 2012. – № 1. – С. 94–106.

8. May, A. D. Traffic Flow Fundamentals. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1990, 464 p.

9. Zhang, X., Jarrett, D. F. Chaos in Dynamic Model of Traffic Flows in an Origin-Destination Network. *Chaos*, Vol. 8, 1998, No. 2, pp. 503–512.

10. Колесников А. А., Веселов Г. Е., Попов А. Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы / Под общ. ред. А. А. Колесникова. – М.: КомКнига, 2006. – 300 с.

11. Шаршеналиев Ж., Бакасова А. Б. О некоторых основах системного анализа динамических систем методом синергетического управления // Известия НАН КР. – 2011. – № 2. – С. 50–60.

12. Khalil, H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 2001, 750 p.

13. Jackson, E. A. Perspectives of Nonlinear Dynamics. Vol. II. Cambridge, Cambridge University Press, 1990, 592 p.

14. Kapitaniak, T. Chaos for Engineers: Theory, Applications and Control. 2nd rev. ed. Berlin, Springer, 2000, 144 p.

15. Chen G., Yu, X. Chaos Control. Theory and Applications. Springer, 2003, 374 p.

16. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Мир, 2000. – 352 с.

Координаты автора: **Галина Петкова Чернева** – galja_cherneva@abv.bg.

Статья поступила в редакцию 16.07.2015, актуализирована 23.07.2015, принята к публикации 29.08.2015.

IDENTIFICATION OF CHAOTIC PROCESSES IN TRANSPORT SYSTEMS

Cherneva, Galina Petkova, *Todor Kableshkov University of Transport, Sofia, Bulgaria.*

ABSTRACT

This paper proposes a methodology for identification of chaotic processes, which can be applied in the research of any dynamical system, including transport systems. A three-dimensional system is considered, which describes the dynamics of a specific transport process. On the basis of the proposed algorithm a research has been performed in the environment Mathcad with different values of parameters and initial conditions. The considered approach creates a possibility to manage nonlinear transport system, so as to ensure the desired operating mode.

Keywords: nonlinear dynamic systems, transport system, chaotic processes, phase portrait, chaotic attractor, identification algorithm.

Background. *Determinate chaos is a paradigm of the twentieth century, which gives a new perception of the world, new research models [1]. Chaotic processes are quite common and can occur in systems of different nature – economic, physical, and biological, etc. [2-4]. However, these non-uniform systems are characterized by general properties: dissipation, linearity, the same methods of self-organization. All of them are extremely sensitive to external influences, and therefore differ in their ability of transition to one of a large number of allowable equal states. In addition, their behavior has considerable dynamics and is described by similar mathematical models.*

The features and properties of nonlinearity of phenomena can be observed in transport systems. In the scientific literature there are many examples of application of the theory of nonlinear dynamics and simulation based on dynamic chaos in transport processes [3, 5-9]. For their study general methods are used: physical experiments, visual diagnostics of the process, numerical methods, computer simulation. Here a synergistic approach is manifested [10, 11], designed to describe phenomena in the world of nonlinear systems, actively interacting with external environment.

From a practical point of view the problem of identifying the nature of the process in the dynamical system is of special interest. The essence of identification is reduced to the determination of qualitative and quantitative characteristics of the process that would help differentiate it for diagnostic optimization purposes.

Objective. *The objective of the author is to present a methodology, applicable for identification of chaotic processes in transport and other systems.*

Methods. *The author uses general scientific methods, simulation, comparative analysis, modeling, graph construction.*

Results.

Modeling of transport systems by means of non-linear dynamics

Transport systems are complex technical systems consisting of a large number of interrelated elements: traffic participants, set of vehicles, a significant number of transportation process operations. They are characterized by interaction of heterogeneous traffic of passenger flows and a certain number of vehicles involved in the movement at the current time. This reflects a combination of deterministic and stochastic factors of operating systems.

Transport systems are nonlinear. They are strongly dependent on initial conditions and susceptible to external influences. Small changes in them can lead to unpredictable consequences.

A transport system has a large number of possible states (stable and unstable), the transition between which is possible at any time.

All of these features provide a basis to identify a transport system with a nonlinear dynamical system (hereinafter – NDS). The result of high sensitivity to initial conditions is a possibility of chaotic behavior, which is subject to a certain law, that is, it is deterministic.

Continuous NDS (its status is determined at any given time) is described by systems of nonlinear ordinary differential equations such as [12]:

$$\dot{x} = f(x, t, \mu), \qquad (1)$$

where $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)^T \in R^n$ *is a set of phase variables;*

n is dimension of phase space;

t is time;

μ is a set of parameters;

$f=(f_1, f_2, \ldots, f_n)^T$ *are nonlinear functions.*

It is known [12, 13] that the dynamic system can become chaotic only in the case where the dimension of the phase space is greater than or equal to three.

Condition of the transport system can also be defined as a set of certain values x_i, $i=1,\ldots,n$. *The meaning and the number of variables* x_i *may be different. As an example, in the simplest case, when the dimension is n=3:*

x_1 *is a number of vehicles involved in the transport process at a given time;*

x_2 *is a number of passengers;*

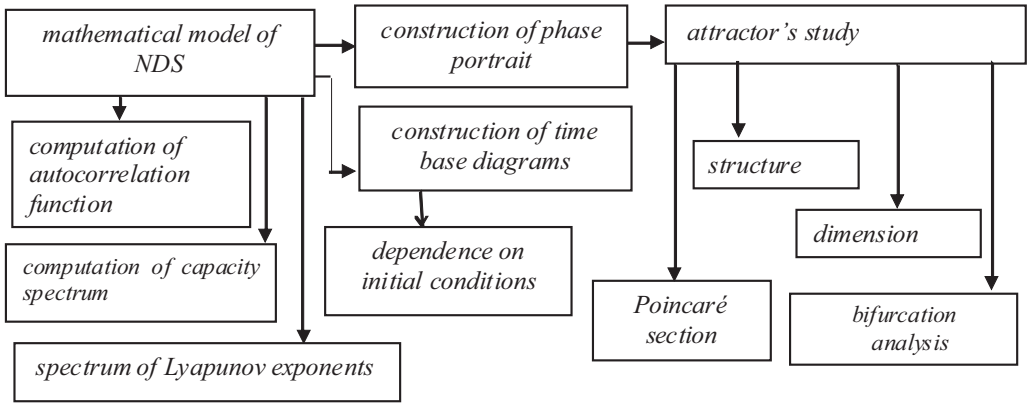
x_3 *is a number of seats in vehicles.*

The variables x_i *are directly related to observed quantitative characteristics of the transport system. Therefore its mathematical model can be again represented as equation (1). The model reflects the dynamic and active relations in the transport system.*

The right elements of the equation (1) may be different depending on the kind of the functional dependence ***f*** *and parameter values. The parameters of this kind include, for example, the intensity of the change in variables, maximum capacity of vehicles, etc. With such a basis the mathematical model (1) will reflect basic cause-effect relationships of the transport system functioning and take into account its multi-element character.*

Equations (1) in conjunction with the initial conditions are the Cauchy problem. Its solutions can be regular (state of equilibrium, periodic and quasi-periodic) and irregular (chaotic).

From the theory of nonlinear dynamics it is known [12,13] that a small change in some parameter (1) may lead to changes in the type of solutions. Therefore, the appearance of a chaotic process in the transport system is quite acceptable, and creates a need to identify it.



Pic. 1. Methods of diagnostics of NDS processes.

Methods for diagnosing processes in NDS

A block diagram that illustrates possible methods of diagnostics of processes of any dynamic system is shown in Pic. 1.

The first signs of the presence of chaos in the system are identified by observing time dependence in the proposed decision. If during visual inspection signs of order or periodicity are not detected, it can be assumed that the motion is chaotic. Using the analysis of time dependencies allows to avoid using the system with periodic or asymptotically stable solutions. However, this method is suitable only for prediction, since the period of movement can be very large, and it is not easy to detect it.

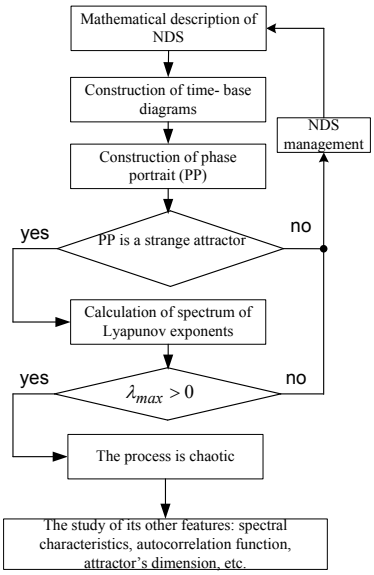
Since the key in determining the dynamic chaos is sensitivity to initial conditions and divergence in a finite time on a finite distance of two infinitely close trajectories, it is useful to examine the sensitivity of the solution to initial values, building on a single graph time dependences of solutions with different initial values. This may give a preliminary opinion on the exponential instability of trajectories.

Another method for visual diagnosis is associated with receipt and investigation of phase portraits [12, 13] of processes. Analysis of phase portraits gives an indication of the topological structure of a chaotic limit set. Here it is useful to explore a qualitative transformation of the phase portrait during a change of system parameters (construction of bifurcation diagram).

If phase portraits are not so evident, or there is a need for more detailed study of attractor's structure, it is possible to consider cross section of phase trajectories of a surface (plane), selected in such a way that all the trajectories cross the surface of the nonzero angle. In this case, on the intersecting surface there is a set of points corresponding to different phase trajectories of the original system that in the correct choice of the intersecting plane can give a detailed picture of the structure of the phase portrait of a dynamical system.

Generally, points of intersection of the plane by trajectories, extending in a selected direction, are considered. The evolution operator unambiguously defines a self-mapping of intersecting (Poincaré mapping [14, 15]).

To characterize the attractor it is advisable to define its dimension, since non-integer fractal dimension indicates the presence of a fractal structure, that is «strange» attractor [12, 13].



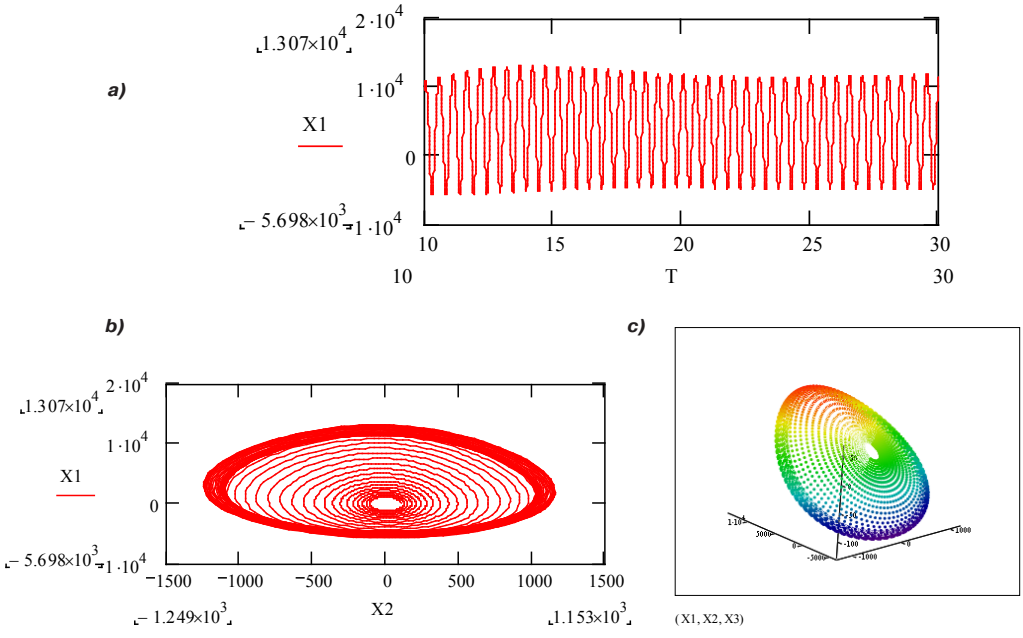
Pic. 2. The procedure for chaotic process identification.

Let's select from the methods that give a numerical estimate of chaotic state of the system, definition of autocorrelation function and calculation of capacity power spectrum of chaotic oscillations [12, 13]. Undoubtedly, however, the most important characteristics of the attractor are Lyapunov exponents and their spectrum [16], which determine the stability of the orbits on the attractor. The presence in the spectrum of at least one positive Lyapunov exponent means instability of the considered phase trajectory. A necessary and sufficient condition for chaotic state of the system remains positivity property of senior Lyapunov exponent [14].

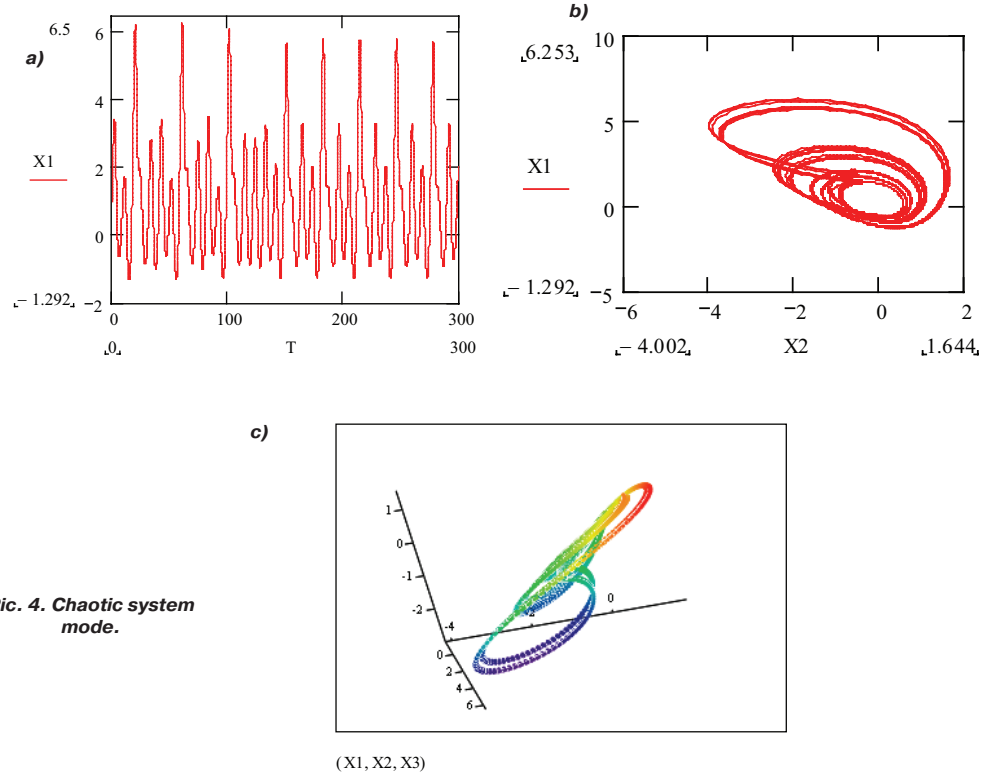
The procedure for chaos identification

Of course, in the identification process it does not make sense to check all the characteristics, since many of them are interchangeable. In practice, a set of methods for chaos identification can be rather based on studies of the phase space and the calculation of the spectrum of Lyapunov exponents, as shown in Pic. 2.

The key point in the process is the ability to control system dynamics. Since a countable set of



Pic. 3. Periodic system mode.



Pic. 4. Chaotic system mode.

possible unstable states exists, to significantly change its behavior small control actions will be sufficient [15]. They allow to control not only the transitions between these states, but also the time of transients. This is especially true for transport systems and gives a chance to avoid unwanted effects of the chaotic mode.

Illustrative example

Let's consider the dynamic system of the third dimension, which describes dynamics of transport processes. Its variables have the previously mentioned meaning. On the basis of causes of changes in variables and their interrelationships, a mathematical model of the system is created. It is assumed that:

– change in the number of participating vehicles depends on presence of seats and a certain number of passengers in them;

– change in the number of passengers served depends on the number of available transport vehicles and the number of seats in them;

– change in the number of free seats is in proportion to the total number of vehicles, the number of seats in each of them and the number of passengers.

Then the model of transport system can be represented as:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = cx_3 - ex_2 \\ \dot{x}_2 = ax_1 + bx_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 - dx_3 - x_2 \end{cases} \quad (2)$$

Parameters a, b, c, d, e in (2) have in relative terms the following values:

a is coefficient taking into account the need to increase the vehicles in operation;

b expresses the possibility of overload;

c takes into account the percentage of occupied seats in vehicles;

d reflects the marginal occupancy of seats;

e expresses the intensity of passenger flow.

The system (2) is solved numerically in the software environment Mathcad for different values of parameters and initial conditions. Timing diagrams, phase portraits and trajectories are obtained at:

- *a=1; b=0,5; c=1; d =0,8; e =0,6 (Pic. 3);*
- *a=1; b=0,3; c=0,5; d =1; e =1,5 (Pic. 4).*

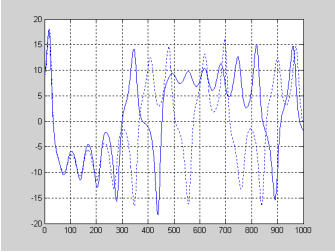
Timing diagrams, shown in Pic. 3a and Pic. 4a, indicate the frequency of oscillation in the first case and the lack of order of phase variables in the second phase.

Results of the solution in Pic. 3b and 3c are obtained in the form of limit cycles

As can be seen from Pic. 4b and 4c, the phase space of the system is an attracting limit set – an attractor, which confirms the randomness of the decision.

To verify the sensitivity of the solution to initial values time-base dependencies of system solutions with different initial values $x_1(0)=10$, $x'_1(0)=9$ are constructed on the one graph (Pic. 5). The resulting graph facilitates a preliminary conclusion about the exponential instability of trajectories, that is, about existence of a positive indicator in the spectrum of Lyapunov exponents.

Conclusion. *An algorithm is proposed for identification of the chaotic mode, which from the standpoint of synergistic understanding of phenomena in the world of nonlinear systems is applicable to the study of transport processes. Using it, it is possible to find an answer to the question regarding identification of system parameters' values that cause chaotic behavior. This method allows to control the dynamics of transport systems in order to achieve the desired mode of operation.*



Pic. 5. Time-base dependencies of system solution with different initial values.

REFERENCES

1. Gleick, James. Chaos: Making a New Science [*Haos: sozdanie novoj nauki. Transl. from English*]. St.Petersburg, Amfora publ., 2001, 400 p.

2. Dendrinos, Dimitros S., Sonis, Michael. Chaos and Social-Spatial Dynamics. New York, Springer-Verlag, 1990, 184 p.

3. Dendrinos, Dimitros S. Traffic Flow Dynamics: A search for Chaos. *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 4, 1994, No. 4, pp. 605–617.

4. Blackerby, R. F. Applications of chaos theory to psychological models. Austin, Texas, Performance Strategies publications, 1993, 175 p.

5. Agurev, I. E. Nonlinear dynamics in the theory of road transport systems [*Nelinejnaja dinamika v teorii avtomobil'nyh transportnyh system*]. *Proceedings of TulSU. Road transport,* Vol. 9, 2006, pp. 3–13.

6. Agurev, I. E. Nonlinear models of transport processes and systems [*Nelinejnye modeli transportnyh processov i system*]. *Proceedings of TulSU. Road transport,* Vol. 10, 2006, pp. 3–11.

7. Agurev, I.E., Atlas, E. E. Chaotic dynamics in systems of transport [*Haoticheskaja dinamika v sistemah transporta*]. *Slozhnost'. Razum. Postneklassika,* Iss. 1, 2012, pp. 94–106.

8. May, A. D. Traffic Flow Fundamentals. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1990, 464 p.

9. Zhang, X., Jarrett, D. F. Chaos in Dynamic Model of Traffic Flows in an Origin-Destination Network. *Chaos*, Vol. 8, 1998, No. 2, pp. 503–512.

10. Kolesnikov, A.A., Veselov, G.E., Popov, A.N. [et al]. Synergetic control methods of complex systems: mechanical and electromechanical systems [*Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: Mehanicheskie i elektromehanicheskie sistemy*]. Ed. by Kolesnikov, A. A. Moscow, KomKniga publ., 2006, 304 p.

11. Sharshenaliev, Zh., Bakasova, A. B. On some basics of system analysis of dynamical systems by the synergistic control method [*O nekotoryh osnovah sistemnogo analiza dinamicheskih sistem metodom sinergeticheskogo upravlenija*]. *Izvestiya* NAS KR, 2011, Iss. 2, pp. 55–60.

12. Khalil, H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 2001, 750 p.

13. Jackson, E. A. Perspectives of Nonlinear Dynamics. Vol. II. Cambridge, Cambridge University Press, 1990, 592 p.

14. Kapitaniak, T. Chaos for Engineers: Theory, Applications and Control. 2nd rev. ed. Berlin, Springer, 2000, 144 p.

15. Chen G., Yu, X. Chaos Control. Theory and Applications. Springer, 2003, 374 p.

16. Crownover, R. Introduction to Fractals and Chaos [*Fraktaly i haos v dinamicheskih sistemah. Osnovy teorii. Transl. from English*]. Moscow, Mir publ., 2000, 352 p.

Information about the author:

Cherneva, Galina Petkova – associate professor, doctor at the department of Electrical engineering and physics of Todor Kableshkov University of Transport, Sofia, Bulgaria, galja_cherneva@abv.bg.

Article received 16.07.2015, revised 23.07.2015, accepted 29.08.2015.