

Модель управления контейнерной компанией в логистической цепи



Сергей ЛЁВИН

Sergey B. LIEVIN

Теоретически обосновывается модель организации управления контейнерной компанией в логистической цепи на примере из четырех звеньев. В качестве целевой функции используется взвешенное среднее математическое ожидание сохранности груза в конечном логистическом звене и математическое ожидание времени доставки. Издержки компании отождествляются с «управляющим воздействием».

Ключевые слова: контейнеризация грузопотоков, логистическая цепь, математическая модель, издержки контейнерной компании, вероятность сохранности грузов.

Лёвин Сергей Борисович — кандидат технических наук, докторант Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.

Контейнеризация грузопотоков сыграла немалую роль в оптимизации транспортных потоков, снижении транспортных расходов, способствовала росту международной и внутренней торговли. Основным фактором повсеместного внедрения контейнеров при перевозке грузов стала стандартизация единиц перевозимых объектов, которая и отвечает за повышающие продуктивность транспортной отрасли эффекты. В частности, отпала необходимость обращаться с разнообразными упаковками и формами перевозимых грузов при проведении транспортных операций, оптимизировать распределение грузов в предоставляемых транспортными средствами объемах, а также значительно упростилась задача сохранности грузов в противодействие неправомерным действиям агентов грузоперевозчиков и стивидорных компаний.

Значение некоторых из важных ранее характеристик, по которым производилась оптимизация логистической деятельности транспортной компании, сейчас заметно снизилось, и в рамках моделирования логистической цепи контейнерной компании эти характеристики не требуют столь пристального внимания, как раньше. Так, ре-

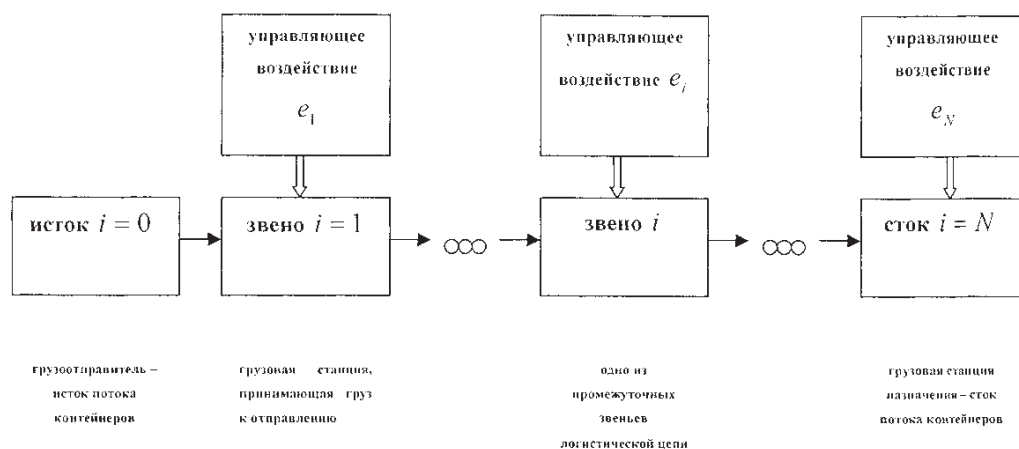


Рис. 1. Логистическая цепь контейнерного предприятия: грузоотправитель – источник потока контейнеров $i = 0$, грузовая станция, принимающая груз к отправлению $i = 1$, различные станции и участки железной дороги – промежуточные звенья, а также грузовая станция назначения (она же – сток потока контейнеров) $i = N$. Во всех звеньях с первого по последний движущийся по логистической цепи контейнер подвергается управляющим воздействиям e_i .

Pic. 1. Logistics chain of a container enterprise: forwarder (a source of containers' flow) $i = 0$, cargo station, receiving the goods intended for forwarding $i = 1$, different stations and railway sections – intermediate links, as well as cargo station of destination (it is also the sink of containers' flow) $i = N$. The container passing consequently all the links of logistics chain is subject to managerial actions e_i .

леванные пространственные характеристики каждой единицы груза (контейнера) достаточно ограничены: нужно лишь учитывать один из двух возможных видов контейнеров.

Вместе с тем другие, обычные для всех видов грузов характеристики сохранили свое значение: место отбытия, место назначения, требования по сохранности и требования по времени прохождения по логистической цепи.

В большинстве случаев оплата деятельности современной контейнерной компании будет обусловлена степенью соответствия результатов ее деятельности тем требованиям, которые предъявляются ее клиентами в отношении описанных выше характеристик при перевозке грузов в контейнерах. В свою очередь, обеспечение соответствия фактических результатов перевозочной деятельности существующим требованиям зависит от технологических особенностей контейнерных перевозок, а также способности контейнерной компании рационально организовывать управление.

ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Не вызывает сомнения то, что рациональная организация управления нуждается в построении адекватной и поддающейся-

ся количественному анализу модели логистической цепи.

Не затрагивая возможностей выбора маршрута следования товара, можно предположить, что логистическая цепь контейнерного предприятия состоит из ряда звеньев, каждый из которых характеризуется определенными характеристиками воздействия на поток контейнеров, проходящих через них. Начальное и последнее звено (источник и сток) играют особую роль, поскольку представляют собой интерфейс с входящим потоком контейнеров (предположительно от грузоотправителя) и выходящим потоком (предположительно к конечному потребителю).

Введем следующие обозначения: индекс $i = 0, 1, \dots, N$ отвечает за (последовательный) элемент логистической цепи, начиная с истока $i = 0$ и заканчивая стоком $i = N$. В исток в определенный момент поступает контейнер, который далее движется по логистической цепи, испытывая в элементе номер $i = 1, \dots, N$ логистической цепи управляющее воздействие e_i , см. рис. 1.

Заметим, что исток в логистической цепочке – грузоотправитель, который, естественно, не является частью контейнерной компании, поэтому истоку не соответствует никакое управляющее воздействие e_0 . Именно это объясняет приме-





няемую нами нумерацию элементов логистической цепи с нуля: исток является элементом номер 0 логистической цепи, но не является частью контейнерной компании, а управляющие воздействия $e_1, \dots, e_N$ отвечают звеньям $i = 1, \dots, N$, которые управляются контейнерной компанией.

Без потери общности мы можем отождествлять «управляющие воздействия» e_i с соответствующими им непосредственными издержками, которые несет контейнерная компания. То есть единицей измерения управляющих воздействий выступают рубли.

Важно, что если в естественном делении логистической цепи контейнерной компании на звенья (например, погрузка в портовом железнодорожном комплексе или перевозка с одной грузовой станции до другой и т. д.) возможны несколько типов управляющего воздействия (допустим, не только задержка контейнера на грузовой станции до формирования поезда, но и обеспечение дополнительной охраны), то предлагаемая теоретическая модель может подобную ситуацию учесть (инкорпорировать) посредством разделения соответствующего звена логистической цепи на несколько звеньев (одно будет касаться задержки контейнера на станции, а другое — дополнительного обеспечения безопасности груза).

Таким образом, в результате прохождения контейнера по логистической цепи будут реализовываться соответствующие управляющие воздействия и в конечном счете будут стохастически меняться характеристики груза. То есть мы будем рассматривать вероятностную модель взаимодействия характеристик груза и управляющих воздействий.

Рассмотрим модель, в которой имеются две таких характеристики: состояние сохранности груза $x_i \in \{0, 1\}$, где значение 1 обозначает сохранный груз, а значение 0 — обозначает несохранный груз, а также время прибытия t_i груза к конечному пункту звена i . Отметим, что на вероятностное распределение этих двух характеристик будут влиять управляющие воздействия на всех предшествующих звеньях логистической цепи.

С целью дальнейшего уменьшения размерности исследуемой модели, тем не менее можно предположить, что фактическое влияние будет оказываться лишь текущим звеном и непосредственно ему предшествующим. Это предположение вполне соответствует реальности, поскольку при получении контейнера в очередном звене логистической цепи решения принимаются исходя из времени прибытия и сохранности контейнера при передаче из предыдущего звена.

В качестве физических ограничений следует постулировать убывание (возрастание) соответствующих временных рядов: $x_i \geq x_{i+1}$ (мы считаем, что в процессе перевозки поврежденный груз не может быть возвращен в исходное состояние) и $t_i \leq t_{i+1}$ (для всех $i = 0, 1, \dots, N-1$).

Таким образом, исходя из первоначального вероятностного распределения величины прибытия контейнера к истоку t_0 , в предположении, что груз поставляется в надлежащем состоянии ($x_0 = 1$), дальнейшая судьба контейнера в логистической цепи определяется управляющими воздействиями звеньев e_i и тем, как охарактеризована связь между этими воздействиями и соответствующими преобразованиями вероятностных распределений вектора характеристик груза (x_i, t_i) . Вообще говоря, подобная связь ограничена лишь соображениями убывания (возрастания), приведенными выше, и определяется технологическими особенностями работы того или иного звена логистической цепи.

Рациональная организация управления контейнерной компании в этом случае будет определяться выбором плана $F_i(\cdot, \cdot; \cdot)$ управляющих воздействий e_i в зависимости от величины воздействия в предыдущем звене e_{i-1} и состояния там контейнера (x_{i-1}, t_{i-1}) :

$$e_i = F_i(e_{i-1}, x_{i-1}, t_{i-1}).$$

Выбор плана управляющих воздействий должен осуществляться, чтобы максимизировать определенную целевую функцию, связанную с вероятностным распределением конечного состояния контейнера, за вычетом совокупных непосредственных издержек контейнерного предприятия:

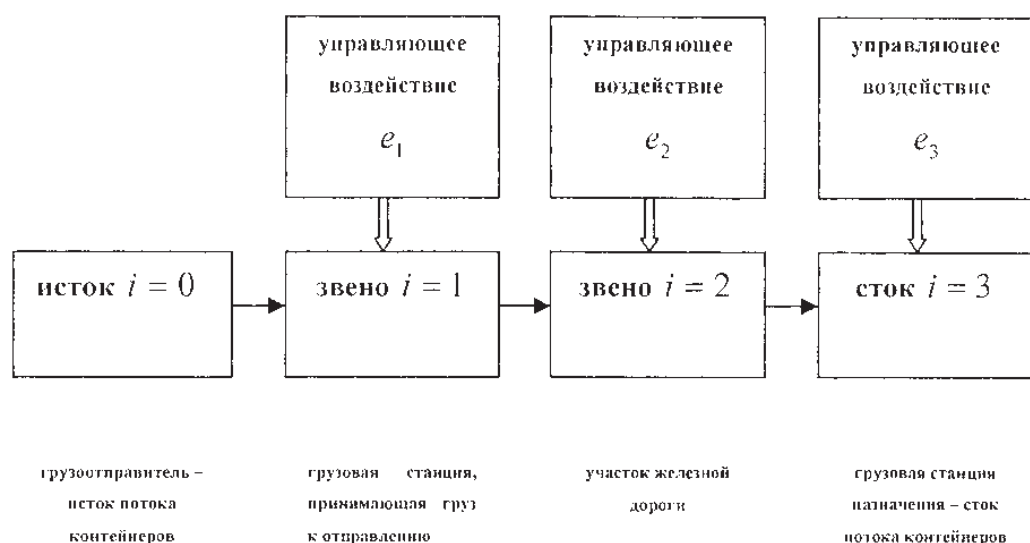


Рис. 2. Логистическая цепь контейнерного предприятия из примера, в котором $N = 3$. Во всех звеньях с первого по третье движущийся по логистической цепи контейнер подвергается управляющим воздействиям e_i .

Pic. 2. Logistics chain of a container enterprise shown at example with $N=3$. A container while passing by logistics chain from link 1 to link 3 is subject to managerial actions e_i .

$$G(cdf(x_N, t_N - t_0)) - E \sum_{i=1}^N e_i$$

где cdf означает вероятностное распределение соответствующего случайного элемента, а G — целевая функция.

В качестве целевой функции может браться взвешенное среднее математических ожиданий сохранности груза и времени транспортировки, в котором их коэффициенты значимости могут определяться по степени важности каждого из двух критериев. В свою очередь, степень важности неизбежно учитывает объем штрафных санкций, которые налагаются на компанию в случае потери (порчи) груза или задержек в его доставке.

Альтернативной подобной целевой функции может стать вероятность одновременного обеспечения сохранности груза и своевременности его доставки. Предлагаемая модель достаточно гибкая и рассчитана для разных целевых функций.

Наконец, могут использоваться и различные комбинации целевых функций, а также предприниматься попытки снизить вариативность получаемых результатов (сохранности груза и времени доставки) посредством учета в функционале коэффициентов вариации и т. д.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Предположим, что в качестве целевой функции было решено использовать взвешенное среднее математического ожидания сохранности груза в конечном звене логистической цепи и математического ожидания времени доставки, взятого с отрицательным вкладом:

$$G(cdf(x_N, t_N - t_0)) = \alpha E x_N - \beta E(t_N - t_0).$$

Пусть для примера в логистической цепи будет представлено 4 звена ($N = 3$): источник потока контейнеров от грузоотправителя $i = 0$; грузовая станция, принимающая груз к отправлению, $i = 1$; участок железной дороги $i = 2$, а также грузовая станция назначения (она же — сток потока контейнеров) $i = 3$. Соответствующая схема приведена на рис. 2.

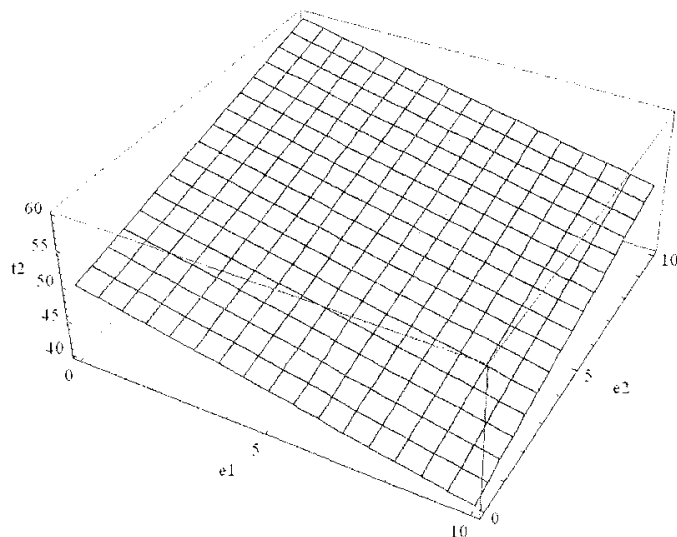
Для полного описания модели требуется определить характер влияния управляющих воздействий e_1 , e_2 и e_3 на распределение соответствующих случайных элементов, описывающих состояние груза в контейнере в конце своего звена логистической цепи: $(x_i, t_i)_{i=1}^3$.

Управляющее воздействие на грузовой станции отправления связано с процедурами привязки контейнера к поезду, ожи-



Рис. 3. График зависимости вероятности сохранности груза во втором звене логистической цепи $P_1(x_2=1)$ от величины управляющего воздействия e_2 в предположении, что $X_2=\lambda_2=1$, а также сохранности груза на предыдущем этапе, $X_1=1$.

Pic. 3. The graph of dependency of probability of cargo integrity in the second link of logistics chain $P_1(x_2=1)$ on the value of managerial action e_2 if supposed that $X_2=\lambda_2=1$ and the cargo is safe during previous stage ($X_1=1$).



данием этого поезда и погрузкой. Можно предположить, что воздействие будет сопряжено с ростом времени ожидания и вероятности порчи груза, но лучшими перспективами по сохранности и своевременности доставки груза на следующем звене логистической цепи (непосредственной транспортировке в составе поезда). Простой формой подобного управляющего воздействия может быть

$$P_0(x_i=1) = x_i \exp^{-\lambda_1 e_1} x_0,$$

$$t_1 = t_0 + (\gamma_1 e_1 + \alpha_1) \varepsilon_1,$$

где ε_1 — случайная величина, распределенная экспоненциально с параметром μ_1 .

В этих формулах P_i сокращенно обозначает условную вероятность соответствующего события при условии, что вся информация временных периодов вплоть до i -го разрешилась и известна. Иначе говоря, $P_i(A) = P(A|x_i, \varepsilon_i, x_{i-1}, \varepsilon_{i-1}, K)$. Аналогично чуть ниже используется сокращенное обозначение для условных математических ожиданий $E_i z = E_i(z|x_i, \varepsilon_i, x_{i-1}, \varepsilon_{i-1}, K)$.

Параметры $x_i, \lambda_i, \gamma_i, \alpha_i$ и μ_i должны быть подобраны эмпирически (на основе собранной статистики по деятельности данного логистического звена) с тем, чтобы таким образом специфицированное влияние управляющего воздействия e_i наилучшим способом аппроксимировало фактическое положение дел.

Аналогично результат управляющего воздействия во втором звене логистической цепи может быть формализован в следующем виде:

$$P_1(x_2=1) = x_2 (1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1,$$

$$t_2 = t_1 + (\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2) \varepsilon_2,$$

где ε_2 — случайная величина, распределенная экспоненциально с параметром μ_2 .

Как и ранее, параметры $x_2, \lambda_2, \gamma_2, \alpha_2$ и μ_2 должны быть оценены на основе собранной статистики. Предполагаем, кроме того, что случайные величины $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и реализации рисков повреждения груза (описанные выше соответствующими вероятностями) независимы друг от друга.

Приведем для примера на рис. 3 график зависимости вероятности сохранности груза во втором звене логистической цепи $P_1(x_2=1) = x_2 (1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1$ от величины управляющего воздействия e_2 в том же звене в предположении, что $x_2=\lambda_2=1$, а также сохранности груза на предыдущем этапе, то есть $x_1=1$.

На рис. 4 обозначен график зависимости времени t_2 перехода груза из звена 2 (участок железной дороги) в звено 3 (станция прибытия) логистической цепи от величин управляющих воздействий e_1 и e_2 в звеньях 1 (станция отправления) и 2 (участок железной дороги) в предположении, что $\gamma_2 = \delta_2 = \varepsilon_2 = 1, t_1 = 10, \alpha_2 = 40$.

Наконец, управляющее воздействие на станции прибытия будет касаться лишь обеспечения безопасности груза:

$$P_2(x_3=1) = x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2,$$

$$t_3 = t_2 + \alpha_3.$$

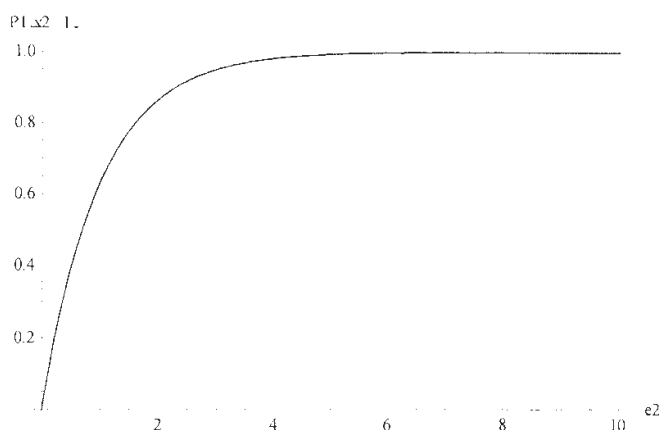


Рис. 4. График зависимости времени t_1 позвонного перехода груза от величин управляющих воздействий e_1 и e_2 в предположении, что $\gamma_2 = \delta_2 = \varepsilon_2 = 1$, $t_1 = 10$, $\alpha_2 = 40$.

Pic.4. The graph of dependency of the time t_1 of link-by-link transition of the cargo on the values of managerial actions e_1 and e_2 if supposed that $\gamma_2 = \delta_2 = \varepsilon_2 = 1$, $t_1 = 10$, $\alpha_2 = 40$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Так как к более поздним временным периодам модели большая часть неопределенности реализовалась в прошедших периодах и по предположению модели уже известна управляющему субъекту, проще начинать решение задачи, начиная с последних временных периодов (так называемая backward induction — индукция в обратном направлении). В соответствии с этим решение оптимизирующего агента по отношению к последнему управляющему воздействию будет эквивалентно решению задачи:

$$\max_{e_3} \alpha E_2 x_3 - \beta E_2 (t_3 - t_0) - e_1 - e_2 - e_3$$

при условии

$$P_2(x_3 = 1) = x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2,$$

$$t_3 = t_2 + \alpha_3,$$

$$e_3 \geq 0.$$

Заметим, что $t_3 = t_2 + \alpha_3$ в этой формулировке фиксировано и никак не зависит от управляющего воздействия e_3 , в нахождении которого мы заинтересованы. Кроме того, нетрудно видеть, что

$$E_2 x_3 = 1 \cdot P_2(x_3 = 1) = x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2.$$

Таким образом, задача оптимизации сводится к

$$\max_{e_3 \geq 0} \alpha x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2 - e_3,$$

и ее решение находится из условий первого порядка:

$$e_3 = \frac{1}{\lambda_3} \ln \alpha x_3 \lambda_3, \text{ если } \alpha x_3 \lambda_3 > 1 \text{ и } x_2 = 1,$$

$$e_3 = 0, \text{ если } \alpha x_3 \lambda_3 x_2 \leq 1.$$

Иначе говоря, оптимальный план $F_3(\cdot, \cdot, \cdot)$ управляющих воздействий e_3 в третьем звене логистической цепочки задается в виде:

$$e_3 = F_3(e_2, x_2, t_2) = \frac{1}{\lambda_3} \ln \alpha x_3 \lambda_3,$$

$$\text{если } \alpha x_3 \lambda_3 > 1 \text{ и } x_2 = 1,$$

$$e_3 = F_3(e_2, x_2, t_2) = 0,$$

$$\text{если } \alpha x_3 \lambda_3 x_2 \leq 1.$$

Заметим, что оптимальный план не зависит ни от величины управляющего воздействия на предыдущем звене логистической цепи e_2 , ни от времени прибытия t_2 на последнее звено, но зависит от сохранности груза в конце предыдущего звена. Неформально выражаясь, данный результат означает, что прилагать усилия (управляющее воздействие e_3) для обеспечения дальнейшей сохранности важнее в случае сохранного груза ($x_2 = 1$), чем в случае не сохранного груза ($x_2 = 0$).

Аналогично последнему звену формулируется и задача нахождения оптимального уровня управляющего воздействия





во втором звене логистической цепи:

$$\max_{e_2} \alpha E_1 x_3 - \beta E_1 (t_2 + \alpha_3 - t_0) - e_1 - e_2 - E_1 e_3$$

при соответствующих условиях. Заметим, что

$$E_1 x_3 = E_1 (E_2 (x_3)) = E_1 (x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2).$$

С учетом уровня оптимального управляющего воздействия e_3 , найденного ранее, имеем

$$E_1 x_3 = x_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha x_3 \lambda_3} \right) P_1 (x_2 = 1),$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 > 1$ и

$$E_1 x_3 = 0,$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$.

Вместе с тем

$$E_1 e_3 = \frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) P_1 (x_2 = 1) =$$

$$\frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) x_2 (1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1,$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 > 1$, и

$$E_1 e_3 = 0,$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$.

Следовательно, при $\alpha x_3 \lambda_3 > 1$ задача поиска оптимального e_2 сводится к

$$\max_{e_2} \left(\alpha x_3 - \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) \right) \cdot$$

$$\cdot x_2 (1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1 - \beta E_1 (t_2 - t_1) - e_2$$

при определенных условиях. Разрешая относительно переменной t_2 , имеем

$$\max_{e_2 \geq 0} \left(\alpha x_3 - \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) \right) \cdot$$

$$\cdot x_2 (1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1 -$$

$$- \frac{\beta}{\mu_3} (\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2) - e_2,$$

что эквивалентно

$$\max_{e_2 \geq 0} \left(\alpha x_3 - \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) \right) \cdot$$

$$\cdot x_2 \exp^{-\lambda_2 e_2} x_1 - \left(\frac{\beta}{\mu_3} \gamma_2 + 1 \right) e_2.$$

Аналогично в случае $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$ оптимальное управляющее воздействие e_2 находится из решения задачи

$$\max_{e_2 \geq 0} - \frac{\beta}{\mu_3} (\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2) - e_2,$$

что дает $e_2 = 0$.

Таким образом, при $\alpha x_3 \lambda_3 > 1$ получаем оптимальный план управляющего воздействия во втором звене логистической цепи:

$$e_2 = F_2 (e_1, x_1, t_1) =$$

$$= \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 \chi_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3}, \text{ если}$$

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 \chi_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} > 1 \text{ и } x_1 = 1;$$

$$e_2 = F_2 (e_1, x_1, t_1) = 0, \text{ если}$$

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 \chi_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_1 \leq 1.$$

В то же время

$$e_2 = F_2 (e_1, x_1, t_1) = 0,$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$.

Последнее, что остается сделать, чтобы полностью решить задачу, — это найти оптимальный план управляющего воздействия в первом звене логистической цепи, учитывая уже найденные оптимальные планы управляющих воздействий во всех последующих звеньях.

Нетрудно видеть, что целевая функция для поиска e_1 может быть записана в виде:

$$\max_{e_1} \alpha E_0 x_3 - \beta E_0 (t_3 - t_0) - e_1 - E_0 e_2 - E_0 e_3.$$

Имеем

$$E_0 x_3 = E_0 (E_1 (E_2 (x_3))) =$$

$$= E_0 (E_1 (x_3 (1 - \exp^{-\lambda_3 e_3}) x_2)).$$

Иначе говоря,

$$E_0 x_3 = x_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha x_3 \lambda_3} \right) E_0 (P_1 (x_2 = 1)) =$$

$$= x_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha x_3 \lambda_3} \right) E_0 ((1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1),$$

если $\alpha x_3 \lambda_3 > 1$ и

$$E_0 x_3 = 0, \text{ если } \alpha x_3 \lambda_3 \leq 1.$$

Следовательно,

$$E_0 x_3 = \chi_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha \chi_3 \lambda_3} \right) \cdot \left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 \chi_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))} \right) \cdot P_0(x_1 = 1) =$$

$$= \chi_1 \chi_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha \chi_3 \lambda_3} \right) \cdot \left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 \chi_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))} \right) \cdot \exp^{-\lambda_1 e_1} x_0,$$

если $\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} > 1$,

и $E_0 x_3 = 0$, если

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_1 \leq 1$$

или $\alpha \chi_3 \lambda_3 \leq 1$.

Далее

$$E_0(t_3 - t_0) = E_0(t_2 + \alpha_3 - t_0) = E_0(t_2 - t_1) + E_0(t_1 - t_0) + \alpha_3.$$

Имеем

$$E_0(t_1 - t_0) = E_0((\gamma_1 e_1 + \alpha_1) \varepsilon_1) = \frac{\gamma_1 e_1 + \alpha_1}{\mu_1} \text{ и}$$

$$E_0(t_2 - t_1) = E_0((\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2) \varepsilon_2) = E_0(E_1((\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2) \varepsilon_2)) =$$

$$= \frac{1}{\mu_2} E_0(\gamma_2 e_2 - \delta_2 e_1 + \alpha_2).$$

Иначе говоря, если

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_1 > 1,$$

$$E_0(t_2 - t_1) = \frac{\alpha_2 - \delta_2 e_1}{\mu_2} + \frac{\gamma_2}{\lambda_2 \mu_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} \cdot P_0(x_1 = 1) =$$

$$= \frac{\alpha_2 - \delta_2 e_1}{\mu_2} + \frac{\gamma_2 x_1}{\lambda_2 \mu_2} \cdot \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} \cdot \exp^{-\lambda_1 e_1} x_0.$$

В то же время, если

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_1 \leq 1,$$

либо же $\alpha \chi_3 \lambda_3 \leq 1$,

$$E_0(t_2 - t_1) = \frac{\alpha_2 - \delta_2 e_1}{\mu_2}.$$

Кроме того, в случае

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} > 1 \text{ имеем}$$

$$E_0 e_2 =$$

$$\frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} P_0(x_1 = 1) =$$

$$= \frac{x_1}{\lambda_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} \exp^{-\lambda_1 e_1} x_0.$$

Напротив, в случае

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} \leq 1$$

либо же $\alpha \chi_3 \lambda_3 \leq 1$ имеем $E_0 e_2 = 0$.

Наконец, имеем

$$E_0 e_3 = \frac{1}{\lambda_3} \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) P_0(x_2 = 1) =$$

$$= \frac{x_2}{\lambda_3} \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) E_0((1 - \exp^{-\lambda_2 e_2}) x_1) =$$

$$= \frac{x_2}{\lambda_3} \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) \cdot$$

$$\left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))} \right) P_0(x_1 = 1) =$$

$$= \frac{x_1 x_2}{\lambda_3} \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) \cdot$$

$$\left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))} \right) \exp^{-\lambda_1 e_1} x_0$$

в случае, если

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha \chi_3 - (1 + \ln(\alpha \chi_3 \lambda_3) / \lambda_3))}{\beta \gamma_2 + \mu_3} > 1.$$





В случае же

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} \leq 1$$

либо же $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$ получаем $E_{\theta} e_3 = 0$.

Сводя полученные выражения воедино в целевую функцию для определения оптимального уровня управляющего воздействия e_1 , имеем следующую задачу для нахождения e_1 :

$$\max_{e_1 \geq 0} -A \exp^{-\lambda_1 e_1} - B e_1,$$

где

$$B = 1 - \beta \left(\frac{\delta_2}{\mu_2} - \frac{\gamma_1}{\mu_1} \right),$$

в то время как в случае

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} > 1$$

$$\begin{aligned} A = & -\alpha x_1 x_3 \left(1 - \frac{1}{\alpha x_3 \lambda_3} \right) \cdot \\ & \cdot \left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)} \right) x_0 - \\ & - \beta \frac{\gamma_2 x_1}{\lambda_2 \mu_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_0 + \\ & + \frac{x_1}{\lambda_2} \ln \frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_0 + \\ & + \frac{x_1 x_2}{\lambda_3} \ln(\alpha x_3 \lambda_3) \cdot \\ & \cdot \left(1 - \frac{\beta \gamma_2 + \mu_3}{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)} \right) x_0, \end{aligned}$$

и в случае

$$\frac{\mu_3 \lambda_2 x_2 (\alpha x_3 - (1 + \ln(\alpha x_3 \lambda_3)) / \lambda_3)}{\beta \gamma_2 + \mu_3} x_0 \leq 1$$

либо же $\alpha x_3 \lambda_3 \leq 1$

$$A = 0.$$

Решая полученную задачу, мы видим, что оптимальный уровень управляющего воздействия в первом звене логистической цепи в случае $A \lambda_1 / B > 1$ и $B > 0$ равен

$$e_1 = \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{A \lambda_1}{B};$$

а при $A \lambda_1 \leq B$ и $B \geq 0$ он равен

$$e_1 = 0.$$

Наконец, фактически решения нет (модель некорректно специфицирована), если $B < 0$ либо же одновременно $B = 0$ и $A > 0$, но на практике такой случай возникнуть не может.

Выводы

В данной модели логистическая цепь рассматривается как совокупность элементов (звеньев), через которые в ходе доставки контейнер проходит последовательно. При этом он подвергается управляющим воздействиям, влияющим на учитываемые моделью характеристики — сохранность груза и время доставки. Управляющие воздействия отождествляются с соответствующими издержками.

Характеристики груза (сохранность и время доставки) меняются в зависимости от управляющих воздействий на каждом звене, но с учетом задаваемых вероятностными распределениями внешних факторов, то есть предлагаемая модель является вероятностной.

Управляющие воздействия выбираются так, чтобы был достигнут максимум целевой функции. В рамках модели возможны различные целевые функции, но в рассматриваемом примере таковой выступает взвешенное среднее математическое ожидание сохранности груза и времени его доставки. Дается вариант логистической цепи из четырех звеньев (грузоотправитель, станция отправления груза, участок железной дороги, станция получения груза), в котором задача нахождения оптимальных управляющих воздействий решена точно, приведены явные формулы предполагаемого плана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Резер С. М. Логистика экспедирования грузовых перевозок. — М.: ВИНТИ РАН, 2002. — 472 с.
2. Парунакян В. Э., Бойко В. А., Гусев Ю. В. Концепция повышения эффективности управления вагонопотоками предприятий // Вестник Приазовского государственного технического университета. — 2003. — № 13. — С. 264–268.
3. Николашин В. М. Логистические принципы контейнерных перевозок и оптимизации цепей поставок товаров // Транспорт: наука, техника, управление. — 2009. — № 1. — С. 28–31.
4. Тимченко Т. Н. Системный анализ в управлении: Учеб. пособие. — М.: РИОР, 2008. — 161 с.
5. Пензев В. Н. Устойчивость цепей поставок // Логистика и управление цепями поставок. — 2009. — № 6. — С. 7–14.
6. Шапкин И. А. Оптимизация резерва парка контейнеров // Мир транспорта. — 2013. — № 4. — С. 103–106. ●