УДК 629.463.62:629.4.015:625.032.434

## ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

## Пространственные колебания вагона-платформы



Пётр АНИСИМОВ Petr S.ANISIMOV

Предложены расчётные схемы и дифференциальные уравнения для исследования пространственных колебаний вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами. Механическая система представлена 13 твёрдыми телами, среди которых рама вагона-платформы, упругодиссипативные опоры, надрессорные балки, боковые рамы и колёсные пары тележек. Рассмотрены в качестве обобщенных координат показатели, характеризующие подпрыгивание, галопирование, боковую качку, виляние, поперечный относ рамы. Составлена система из 23 дифференциальных уравнений, выполняющая роль своеобразной математической модели.

<u>Ключевые слова:</u> транспорт, вагонплатформа, кососимметрично расположенные тяжеловесные грузы, пространственные колебания, расчётные схемы, дифференциальные уравнения, математическая модель.

Геннадий ПЕТРОВ Gennady I.PETROV



Анисимов Пётр Степанович — доктор технических наук, профессор Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.

Петров Геннадий Иванович — доктор технических наук, профессор Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.

реди перевозимых на вагонах-платформах тяжеловесных грузов достаточно весомый удельный вес составляют имеющие собственное рессорное подвешивание или опирающиеся на раму платформы через вертикальные и поперечные горизонтальные упруго-диссипативные опоры с целью уменьшения динамических сил и повышения сохранности объекта перевозки. Такими грузами являются, например, автомобили, дорожные и строительные машины, грузоподъёмные краны на автомобильном ходу.

При кососимметричном размещении грузов на вагоне обеспечивается более высокая степень использования грузоподъёмности вагона и требуется меньшее количество вагонов определённого объёма. Однако при кососимметричном размещении грузов с определёнными характеристиками упруго-диссипативных опор можно ожидать появления амплитуд колебаний, оказывающих негативное влияние на безопасность движения вагона с точки зрения устойчивости от схода колеса с рельса и поперечного опрокидывания в кривых железнодорожного пути.

• МИР ТРАНСПОРТА 02'14



Рис. 1. Геометрическая расчётная схема вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами (вид сбоку и сверху).

Pic. 1. Geometric design diagram of a flat car with two antisymmetrically located heavy cargos (side and top view).

По действующим условиям погрузки [1] предусмотрены нормативы кососимметричного размещения двух жёстких тяжеловесных грузов без опирания на пол вагона-платформы через упруго-диссипативные опоры, а их общий центр масс должен совпадать с центром массы вагона или лишь незначительно смещаться от последнего. Однако эти нормативы кососимметричного размещения неприемлемы для грузов с упруго-диссипативными элементами их связи с рамой вагона-платформы. И для установления здесь более точных ориентиров возникает необходимость в теоретических исследованиях динамики вагона-платформы с кососимметрично расположенными грузами, центры масс которых смещены вдоль и поперёк вагона от его осей симметрии в разные стороны, а общий центр масс грузов одинакового веса может совпадать с центром массы платформы или смещён от него при погрузке.

Исследованиям колебаний грузовых вагонов при несимметричном размещении тяжеловесных грузов со смещением их центра массы или только вдоль, или только поперёк вагона, жёстко опирающихся на его пол, посвящены работы [2,3], а грузов, имеющих упруго-диссипативные элементы, — работы [4,5].

\*\*\*

Для исследования пространственных колебаний вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными на вагонеплатформе грузами одинакового веса и с упруго-диссипативными связями (опорами), общий центр масс которых совпадает с центром масс вагона-платформы при одинаковых расстояниях центров масс грузов от центра масс вагона-платформы, разработана расчётная геометрическая схема, показанная на рис. 1, а на рис. 2, 3, 4 демонстрируются силовые расчётные схемы: соответственно вид сбоку, сверху и с торца.





Рис. 2. Силовая расчётная схема вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами (вид сбоку).





Рис. 3. Силовая расчётная схема вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами (вид сверху).

Pic. 3. Force design diagram of a flat car with two antisymmetrically located heavy cargos (top view).

Рассмотрена механическая система «вагон-платформа — грузы», состоящая из 13 твёрдых тел: рама вагона-платформы, два груза с упруго-диссипативными связями, две надресссорные балки, четыре боковые рамы и четыре колёсные пары двух тележек. Центры масс платформы и грузов расположены в точках O, O<sub>1</sub> и O<sub>2</sub>, центры масс каждого груза смещены относительно центра массы вагона-платформы на X<sub>1</sub> и X<sub>2</sub> в продольном

• мир транспорта 02'14



Рис. 4. Силовая расчётная схема вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами (вид с торца).

Pic. 4. Force design diagram of a flat car with two antisymmetrically located heavy cargos (end view).

направлении и на  $V_1$  и  $V_2$  – в поперечном.

В качестве обобщённых координат приняты:  $q_1$  — подпрыгивание рамы вагонаплатформы,  $q_3$  и  $q_5$  — подпрыгивание соответственно первого и второго грузов,  $q_2$  галопирование рамы вагона-платформы,  $q_4$  и  $q_6$  — галопирование соответственно первого и второго грузов,  $q_7$  — боковая качка рамы вагона-платформы,  $q_8$  и  $q_9$  боковая качка соответственно первого и второго грузов,  $q_{10}$  — виляние рамы вагона-платформы,  $q_{11}$  и  $q_{12}$  — виляние соответственно первого и второго грузов,  $q_{13}$  и  $q_{15}$ — подпрыгивание боковых рам тележек,  $q_{14}$  и  $q_{16}$  — галопирование боковых рам тележек,  $q_{17}$  и  $q_{18}$  — виляние тележек,  $q_{19}$  и  $q_{20}$  — боковой относ соответственно первого и второго грузов,  $q_{21}$  — боковой относ рамы вагона-платформы,  $q_{22}$  и  $q_{23}$  — боковая кач-ка боковых рам тележек.

Относительные вертикальные деформации рессорных комплектов равны:  $\Delta_{_{KB1}} = q_1 - q_2 L_{_B} - q_7 B + q_{22} B - q_{13},$  $\Delta_{_{KB2}} = q_1 - q_2 L_{_B} + q_7 B - q_{22} B - q_{13},$  $\Delta_{_{KB3}} = q_1 + q_2 L_{_B} - q_7 B + q_{22} B - q_{15},$  $\Delta_{_{KB4}} = q_1 + q_2 L_{_B} + q_7 B - q_{22} B - q_{15}.$ 



Относительные горизонтальные деформации рессорных комплектов равны:

$$\begin{split} &\Delta_{\rm kr1} = q_{21} - q_{10} \, L_{\rm B} - 1/2 \, (\eta_{\rm r1,2} + \eta_{\rm r3,4}), \\ &\Delta_{\rm kr2} = - q_{21} + q_{10} \, L_{\rm B} + 1/2 \, (\eta_{\rm r1,2} + \eta_{\rm r3,4}), \\ &\Delta_{\rm kr3} = q_{21} + q_{10} \, L_{\rm B} - 1/2 \, (\eta_{\rm r5,6} + \eta_{\rm r7,8}), \\ &\Delta_{\rm kr4} = - q_{21} - q_{10} \, L_{\rm B} + 1/2 \, (\eta_{\rm r5,6} + \eta_{\rm r7,8}), \\ &\Gamma_{\rm ZC} \, \eta_{\rm ri} - {\rm amfnutyda\ ropusohtanbhod\ hepob-hoctu \ железнодорожного\ пути\ видa\ \eta = \eta_0 \\ Sin\ \omega t. \end{split}$$

Относительные вертикальные деформации упругих опор грузов определяются из уравнений:

$$\begin{split} &\Delta_{\rm rs1} = {\bf q}_3 - {\bf q}_1 + {\bf q}_4 {\bf l}_{\rm 1x} - {\bf q}_2 \left( {\bf X}_1 - {\bf l}_{\rm 1x} \right) - {\bf q}_8 {\bf l}_{\rm 1y} + \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_1 + {\bf l}_{\rm 1y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs2} = {\bf q}_3 - {\bf q}_1 + {\bf q}_4 {\bf l}_{\rm 1x} - {\bf q}_2 \left( {\bf X}_1 + {\bf l}_{\rm 1x} \right) + {\bf q}_8 {\bf l}_{\rm 1y} + \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_1 - {\bf l}_{\rm 1y} \right). \\ &\Delta_{\rm rs3} = {\bf q}_3 - {\bf q}_1 - {\bf q}_4 {\bf l}_{\rm 1x} - {\bf q}_2 \left( {\bf X}_1 - {\bf l}_{\rm 1x} \right) - {\bf q}_8 {\bf l}_{\rm 1y} + \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_1 + {\bf l}_{\rm 1y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs4} = {\bf q}_3 - {\bf q}_1 - {\bf q}_4 {\bf l}_{\rm 1x} - {\bf q}_2 \left( {\bf X}_1 - {\bf l}_{\rm 1x} \right) + {\bf q}_8 {\bf l}_{\rm 1y} + \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_1 - {\bf l}_{\rm 1y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs5} = {\bf q}_5 - {\bf q}_1 - {\bf q}_4 {\bf l}_{\rm 2x} + {\bf q}_2 \left( {\bf X}_2 - {\bf l}_{\rm 2x} \right) - {\bf q}_9 {\bf l}_{\rm 2y} - \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_2 - {\bf l}_{\rm 2y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs6} = {\bf q}_5 - {\bf q}_1 + {\bf q}_6 {\bf l}_{\rm 2x} + {\bf q}_2 \left( {\bf X}_2 - {\bf l}_{\rm 2x} \right) + {\bf q}_9 {\bf l}_{\rm 2y} - {\bf q}_7 \left( {\bf Y}_2 + {\bf l}_{\rm 2y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs7} = {\bf q}_5 - {\bf q}_1 - {\bf q}_6 {\bf l}_{\rm 2x} + {\bf q}_2 \left( {\bf X}_2 + {\bf l}_{\rm 2x} \right) - {\bf q}_9 {\bf l}_{\rm 2y} - \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_2 - {\bf l}_{\rm 2y} \right), \\ &\Delta_{\rm rs7} = {\bf q}_5 - {\bf q}_1 - {\bf q}_6 {\bf l}_{\rm 2x} + {\bf q}_2 \left( {\bf X}_2 + {\bf l}_{\rm 2x} \right) - {\bf q}_9 {\bf l}_{\rm 2y} - \\ &{\bf q}_7 \left( {\bf Y}_2 - {\bf l}_{\rm 2y} \right), \end{aligned}$$

Относительные горизонтальные деформации упругих опор для грузов определяются по формулам:

$$\begin{split} & \Delta_{\rm rr1} = {\bf q}_{19} - {\bf q}_{21} + {\bf q}_{11} {\bf l}_{1x} - {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_1 + {\bf l}_{1x} \right) + {\bf q}_8 {\bf l}_{1z}, \\ & \Delta_{\rm rr2} = - {\bf q}_{19} + {\bf q}_{21} - {\bf q}_{11} {\bf l}_{1x} + {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_1 + {\bf l}_{1x} \right) - {\bf q}_8 {\bf l}_{1z}, \\ & \Delta_{\rm rr3} = {\bf q}_{19} - {\bf q}_{21} - {\bf q}_{11} {\bf l}_{1x} - {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_1 - {\bf l}_{1x} \right) + {\bf q}_8 {\bf l}_{1z}, \\ & \Delta_{\rm rr4} = - {\bf q}_{19} + {\bf q}_{21} - {\bf q}_{11} {\bf l}_{1x} + {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_1 - {\bf l}_{1x} \right) - {\bf q}_8 {\bf l}_{1z}, \\ & \Delta_{\rm rr5} = {\bf q}_{20} - {\bf q}_{21} + {\bf q}_{12} {\bf l}_{2x} - {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_2 - {\bf l}_{2x} \right) - {\bf q}_9 {\bf l}_{2z}, \\ & \Delta_{\rm rr6} = - {\bf q}_{20} + {\bf q}_{21} - {\bf q}_{12} {\bf l}_{2x} + {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_2 - {\bf l}_{2x} \right) + {\bf q}_9 {\bf l}_{2z}, \\ & \Delta_{\rm rr7} = {\bf q}_{20} - {\bf q}_{21} - {\bf q}_{12} {\bf l}_{2x} - {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_2 + {\bf l}_{2x} \right) - {\bf q}_9 {\bf l}_{2z}, \\ & \Delta_{\rm rr8} = - {\bf q}_{20} + {\bf q}_{21} + {\bf q}_{12} {\bf l}_{2x} + {\bf q}_{10} \left( {\bf X}_2 + {\bf l}_{2x} \right) + {\bf q}_9 {\bf l}_{2z}, \end{split}$$

где l<sub>1z,</sub> l<sub>2z</sub> – высота центра массы соответственно первого и второго грузов над опорой пятника вагона-платформы. Вертикальные деформации железнодорож-

ного пути определяются из уравнений:

 $\begin{array}{l} \Delta_{_{R1}}=q_{_{13}}+q_{_{22}}\;S-\eta_{_1},\;\Delta_{_{R2}}=q_{_{13}}-q_{_{22}}\;S-\eta_{_2},\\ \Delta_{_{R3}}=q_{_{13}}+q_{_{22}}S-\eta_{_3},\\ \Delta_{_{R4}}=q_{_{13}}-q_{_{22}}\;S-\eta_{_4},\;\Delta_{_{R5}}=q_{_{15}}+q_{_{23}}-\eta_{_5},\;\Delta_{_{R6}} \end{array}$ 

$$\begin{split} & \Delta_{\rm R4}^{-} = q_{13}^{-} - q_{22}^{-} \, S - \eta_4, \, \Delta_{\rm R5}^{-} = q_{15}^{-} + q_{23}^{-} - \eta_5, \, \Delta_{\rm R6}^{-} \\ & = q_{15}^{-} - q_{23}^{-} \, S - \eta_6, \\ & \Delta_{\rm R7}^{-} = q_{15}^{-} + q_{23}^{-} \, S - \eta_7, \, \Delta_{\rm R8}^{-} = q_{15}^{-} + q_{23}^{-} \, S - \eta_8. \end{split}$$

Вертикальные силы, действующие на упруго-диссипативные опоры для перевозимых грузов, равны:  $R_{zi} = C_{zi} \Delta_{rbi} + \beta_{ri} \cdot \Delta_{zau}$  (I = 1-8),

где  $C_{zi}$  —вертикальная жёсткость і-го упругодиссипативного элемента груза,  $\Delta_{zei}$  — относительные вертикальные перемещения і-го упруго-диссипативного элемента груза,

β<sub>ві</sub> — эквивалентный коэффициент вязкого трения i-го упруго-диссипативного элемента груза в вертикальной плоскости.

Поперечные горизонтальные силы в упруго-диссипативных элементах между грузом и рамой вагона-платформы равны:  $R_{ym} = C_{ym} \Delta_{rrm} + \beta_{rm} \Delta_{eem}, (m = 1-8),$ где  $C_{ym}$  – поперечная горизонтальная жёсткость m-го упруго-диссипативного элемента груза,

 $\Delta_{\rm rrm}$  — относительные поперечные перемещения упруго-диссипативного элемента груза,

β<sub>rm</sub> — эквивалентный коэффициент вязкого трения m-го упруго-диссипативного элемента груза в поперечной горизонтальной плоскости.

Вертикальные силы, действующие на рессорные комплекты вагона-платформы, равны:

 $R_{_{TBi}} = C_{_z} \Delta_{_{TBi}} + \beta_{_{TBi}} \Delta_{_{mei}}$  (I = 1–4), где  $C_{_z}$  – жёсткость і-го рессорного комплекта в вертикальной плоскости,

 $\Delta_{mei}$  — относительные вертикальные перемещения (прогиб) і-го рессорного комплекта вагона-платформы,

β<sub>*mei*</sub> – эквивалентное вязкое трение i-го рессорного комплекта в вертикальной плоскости.

Поперечные горизонтальные силы, действующие на рессорные комплекты вагона-платформы, равны:

 $R_{_{TTM}} = C_{_{TTM}} \Delta_{_{TTM}} + \beta_{_{TTM}} \Delta_{_{TTM}}$  (m = 1–4), где  $C_{_{TTM}}$  – поперечная горизонтальная жёсткость m-го рессорного комплекта вагона-платформы,

 $\Delta_{\rm rrm}$  – относительные поперечные перемещения рессорного комплекта,

β<sub>ттт</sub> – эквивалентное вязкое трение m-го рессорного комплекта в горизонтальной поперечной плоскости.

Момент сил трения в пятниках, возникающих при повороте тележек в горизонтальной плоскости, определяется из фор-

$$M_{\text{Tp}\,1,2}^{\text{MyJBI:}} = \frac{(M + m_1 + m_2)}{2} g d \,\mu_{\text{m}}$$

где d – диаметр пятника,

• МИР ТРАНСПОРТА 02'14

μ<sub>п</sub> – коэффициент трения между пятником вагона-платформы и подпятником тележки.

Вертикальные реакции рессорных комплектов определяются из формулы:

$$\begin{split} & P_{i} = C_{_{TB}} \left( f - \Delta_{_{mei}} \right) + F_{_{TBi}} \operatorname{Sign} \Delta_{_{mei}}, \ (I = 1 - 4), \\ & (f + \Delta_{_{mei}}) > 0, \\ & P_{i} = 0 \ (f + \Delta_{_{mei}}) < 0, \end{split}$$

где  $\Delta_{\rm mei}$  — вертикальные деформации рессорных комплектов тележек,

f- статический прогиб рессорного комплекта тележек,

С<sub>тв</sub> – вертикальная жёсткость рессорного комплекта,

F<sub>тві</sub> – сила сухого трения.

Для определения горизонтальной поперечной реакции рессорных комплектов в эту формулу вместо  $C_{_{TB}}$  надо подставить  $C_{_{TT}}$  – горизонтальная поперечная жёсткость рессорного комплекта.

Вертикальные R<sub>ів</sub> и горизонтальные поперечные R<sub>іг</sub> реакции рельса на воздействия колёс при наличии в железнодорожном пути гасящих сил вязкого трения и односторонней связи между колесом и рельсом равны:

$$\mathbf{R}_{_{\mathrm{iB},\mathrm{r}}} = \mathbf{C}(\mathbf{x}) \left[ \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta_{\mathrm{i}} \right] + \mathbf{F}_{\mathrm{r}} \frac{f(\mathbf{x}) + \delta_{\mathrm{i}}}{f(\mathbf{x})} \operatorname{Sign} \Delta_{\mathrm{i}},$$

(i = 1-8), при  $[(f(x) + \Delta_i] \ge 0$  и  $R_i = 0$  [f(x) +  $\Delta_i$ ] < 0,

где C (x) –вертикальная жёсткость железнодорожного пути под колёсами вагонаплатформы,

f (x) – статический прогиб железнодорожного пути под колёсами,

 $\Delta_{\rm i}$  — динамическая деформация железнодорожного пути в вертикальной плоскости,

F<sub>n</sub> – сила сухого трения, соответствующая статической деформации железнодорожного пути от колеса.

Величина сил вязкого трения между колесом и рельсом определена по формуле, приведенной в научно-исследовательской работе [6]:

$$T_i = \frac{\mu R_i}{Cosd_i(t)} \operatorname{Sig} q_{17,18} \ (i=1-8),$$

где µ — коэффициент трения между колесом и рельсом.

Величина горизонтальных проекций рельсов равна:  $N_i = R_i \operatorname{tg} \alpha_i$ 

где  $\alpha_i$  — угол наклона полной реактивной силы со стороны железнодорожного пути от вертикали, определяемый линейной интерполяцией из таблицы траектории точки контакта колеса и рельса в зависимости от величины бокового смещения колеса относительно головки рельса [6].

На основании проведенных выше математических выкладок составлена следующая система из 23 дифференциальных уравнений, описывающих пространственные колебания вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными на нём двумя тяжеловесными грузами с упругодиссипативными элементами связи с вагоном- платформой:

$$\begin{split} M & q_{1} - (R_{z1} + R_{z2} + R_{z3} + R_{z4}) - (R_{z1}^{1} + R_{z2}^{1} + R_{z4}^{1}) + P_{1} + P_{2} + P_{3} + P_{4} - Mg = 0, \\ J_{x} & q_{2}^{2} + (P_{3} + P_{4} - P_{1} - P_{2}) & L_{b} + (R_{z1}^{1} + R_{z2}^{1}) + (R_{z3}^{1} + R_{z4}^{1}) & (x_{2} + 1_{2x}) - (R_{z1} + R_{z2}) & (x_{1} + 1_{1x}) - (R_{z3} + R_{z4}) & (x_{1} - 1_{1x}) = 0, \\ 0, & & & & \\ m_{1} & q_{3} = R_{z1} + R_{z2} + R_{z3} + R_{z4} - m_{1} & g = 0, \\ J_{1x} & q_{4} + (R_{z1} + R_{z2}) & 1_{1x} - (R_{z3} + R_{z4}) & 1_{1x} = 0, \\ m_{2} & q_{5} + R_{z1}^{1} + R_{z2}^{1} + R_{z3}^{1} + R_{z4}^{1} - m_{2} & g = 0, \\ J_{2x} & q_{6} + (R_{z1}^{1} + R_{z2}^{1}) & 1_{2x} - (R_{z3}^{1} + R_{z4}^{1}) & 1_{2x} = 0, \\ J_{z} & q_{6}^{2} + (R_{z1}^{1} + R_{z2}^{1}) & 1_{2x} - (R_{z3}^{1} + R_{z4}^{1}) & 1_{2x} = 0, \\ J_{z} & q_{6}^{2} - (P_{2} + P_{4}) & B + (p_{1} + P_{3}) & B - (R_{z1} + R_{z3}^{1}) & \cdot (Y_{2} - 1_{2y}) + (R_{z2}^{1} + R_{z4}^{1}) & (Y_{2} + 1_{2y}) = 0, \\ J_{1z} & q_{8}^{2} - (R_{z2} + R_{z4}) & 1_{1y} + (R_{z1} + R_{z3}) & 1_{1y} + (R_{y1} + R_{z3}^{1}) & \cdot (Y_{2} - 1_{2y}) + (R_{z2}^{1} + R_{z4}^{1}) & (Y_{2} + 1_{2y}) = 0, \\ J_{1z} & q_{8}^{2} - (R_{z2} + R_{z4}) & 1_{1y} + (R_{z1} + R_{z3}) & 1_{1y} + (R_{y1} + R_{y3}^{1}) & 1_{2z} - (R_{y2}^{1} + R_{y4}^{1}) & 1_{2z} + (R_{y1}^{1} + R_{y3}^{1}) & 1_{2z} - (R_{y2}^{1} + R_{y4}^{1}) & 1_{2z} + (R_{y1}^{1} + R_{y3}^{1}) & 1_{2z} - (R_{y2}^{1} + R_{y4}^{1}) & 1_{2z} + (R_{y1}^{1} + R_{y3}^{1}) & (x_{2} - 1_{2x}) - (N_{2} - N_{1}) & (L_{b} + 1_{r}) - (N_{4} - N_{3}) & (L_{b} - 1_{r}) + (N_{6} - N_{5}) & x \\ x & (L_{b} - 1_{r}) + (N_{8} - N_{7}) & (L_{b} + 1_{r}) = 0, \\ J_{1y} & q_{11} + (R_{y1} + R_{y4}) & 1_{1x} - (R_{y2} + R_{y3}) & 1_{1x} = 0, \\ J_{2y} & q_{12}^{1} + (R_{y1}^{1} + R_{y4}^{1}) & 1_{2x} - (R_{y2}^{1} + R_{y3}^{1}) & 1_{2x} = 0, \\ m_{r} & q_{13} + R_{1} + R_{2} + R_{3} + R_{4} - P_{1} - P_{2} - m_{r} & g = 0, \\ J_{rx} & q_{14}^{1} + (R_{3} + R_{4}) & 1_{r} - (R_{1}^{1} + R_{2}^{1}) & 1_{r} - (P_{1}^{1} - P_{1}^{1}) \\ H_{r}^{11} & H_{r}^{11} & H_{r}^{11}$$

$$\begin{split} & J_{rr} \; q_{16} \; + \; (R_7 + R_8) \; l_r - \; (R_5 + R_6) \; l_r - \; (P_3^{11} - P_3^{111}) \; l_{p\kappa} = 0, \\ & J_{ry} \; q_{17} \; + \; (T_1 + T_3) \; S - \; (T_2 - T_4) \; S + \; (N_2 + N_3) \; l_r + M_{rp1} \; \text{Sign} \; q_{17} = 0, \\ & J_{ry} \; q_{18} \; + \; (T_5 + T_7) \; S + \; (N_6 + N_7) \; l_r - \; (N_5 + N_3) \; l_r + M_{rp2} \; \text{Sign} \; q_{18} = 0, \\ & m_1 \; q_{19} \; + \; R_{y1} \; + \; R_{y3} - \; R_{y2} - \; R_{y4} - \; Q_{B1} = 0, \\ & m_2 \; q_{20} \; + \; R_{y1}^1 \; + \; R_{y3}^1 - \; R_{y2}^1 - \; R_{y4}^1 - \; Q_{B2} = 0, \\ & M \; q_{21} \; - \; R_{y1} - \; R_{y3} \; + \; R_{y2} \; + \; R_{y4} - \; R_{y1}^1 - \; R_{13}^1 \; + \\ & R_{12}^1 \; + \; R_{14}^1 \; + \; N_3 \; + \; N_5 \; + \; N_7) \; - \\ & - \; (N_2 \; + \; N_4 \; + \; N_6 \; + \; N_8) \; - \; Q_B = 0, \\ & J_{zr} \; q_{22} \; + \; (P_4 - P_3) \; B \; + \; (R_5 \; + \; R_7) \; S \; - \; (R_6 \; + \; R_8) \; \cdot \; S \; - \; (N_1 \; + \; N_3 \; - \; N_5 \; - \; N_7) \; \frac{D_k}{2} \; = 0, \\ & J_{zr} \; q_{23} \; + \; (P_2 - P_1) \; S \; + \; (R_1 \; + \; R_3) \; S \; - \; (R_2 - \; R_4) \; \cdot \\ & S \; - \; (N_2 \; + \; N_4 \; - \; N_1 \; - \; N_3) \; \frac{D_k}{2} \; = 0, \end{split}$$

где q<sub>i</sub> – обобщённые координаты,

 М – масса обрессоренных элементов вагона-платформы (рама, надрессорные балки тележек),

m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub> – масса соответственно первого и второго грузов,

m<sub>т</sub> – масса необрессоренных элементов тележек,

 $J_x, J_y, J_z$  — моменты инерции обрессоренных элементов вагона-платформы соответственно относительно осей X, V и Z,

 $J_{1x}, J_{1y}, J_{1z}$  — моменты инерции первого груза соответственно относительно осей X, Y, Z,

 $J_{_{2x}}, J_{_{2y}}, J_{_{2z}}$  – моменты инерции второго груза соответственно относительно осей X, Y, Z,

 $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  – расстояния между центрами масс соответственно первого и второго грузов,

 $2l_{1x}$ ,  $2l_{1y}$ ,  $2l_{1z}$ ,  $2l_{2x}$ ,  $2l_{2y}$ ,  $2l_{2z}$  – геометрические размеры соответственно первого и второго грузов,

2L<sub>2</sub> –база вагона-платформы,

 $2l_{r}$  – база тележки,

2В – расстояние между центрами рессорных комплектов тележек,

2S – расстояние между кругами катания колёс колёсной пары,

Q<sub>в</sub> – сила ветра, действующая на раму вагона-платформы,

Q<sub>в1</sub>, Q<sub>в2</sub> – сила ветра, действующая на боковую поверхность грузов, R<sub>i</sub> – реакции, действующие на колёса
со стороны железнодорожного пути,

Т<sub>і</sub> – продольные силы трения при проскальзывании колёс по рельсам.

Разработанные расчётные схемы и дифференциальные уравнения (математическая модель), описывающие пространственные колебания вагона-платформы с двумя кососимметрично расположенными тяжеловесными грузами с упруго-дисссипативными элементами связи с рамой вагона-платформы, позволяют исследовать динамические (ходовые) качества четырёхосного вагона-платформы, оценивать безопасность движения её с точки зрения устойчивости колеса от схода с рельса и поперечного опрокидывания вагона-платформы в кривых железнодорожного пути при различных параметрах перевозимых кососимметрично расположенных тяжеловесных грузов и их упруго-диссипативных связей (опор) с рамой вагона-платформы, а также устанавливать предельно допустимые в эксплуатации продольные и поперечные смещения центров масс грузов от осей симметрии вагонаплатформы в зависимости от их массы и скорости движения, при которых обеспечивается безопасность движения вагона.

Решение составленной системы дифференциальных уравнений можно провести, например, известным эффективным разностно-итерационным методом численного интегрирования с автоматическим выбором шага интегрирования, разработанным профессором В. Д. Хусидовым, с использованием современных персональных компьютеров.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Технические условия погрузки и крепления грузов. – М.: Транспорт, 1990. – 408 с.

2. Львов А. А., Грачёва Л. О. Современные методы исследования динамики вагонов. — М.: Транспорт, 1972. — 159 с.

3. Львов А. А., Музыкин В. А. Динамика четырёхосного полувагона при несимметричном его загружении // Вестник ВНИИЖТ. – 1965. – № 4. – С. 8–12.

4. Анисимов П. С. Пространственные колебания грузового вагона при несимметричном размещении крупногабаритных грузов с упруго-диссипативными элементами // Вестник ВНИИЖТ. – 1990. – № 7. – С.29–31.

5 Данович В. Д., Анисимов П. С.. Колебания в горизонтальной плоскости четырёхосной платформы с несимметрично расположенным тяжеловесным грузом // Вестник ВНИИЖТ. – 1989. – № 3. – С. 5–9.

6. Анисимов П. С. Модель пространственных колебаний платформы с длинномерным грузом // Мир транспорта. – 2013. – № 4. – С.6–13.

• МИР ТРАНСПОРТА 02'14