



Модель движения транспортного средства по криволинейной траектории с учетом трения качения



Владимир ЕВСТРАТОВ



Людмила ХОЛОДОВА

*Владимир Александрович Евстратов¹,
Людмила Александровна Холодова²*

*^{1,2} Шахтинский автодорожный институт
(филиал) ЮРГПУ (НПИ) им. М. И. Платова,
Шахты Ростовской области, Россия.*

*¹ ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9531-2557>;
РИНЦ SPIN-код: 8065-5104; РИНЦ AuthorID:
317080.*

*² ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9726-399X>;
РИНЦ SPIN-код: 7010-0573; РИНЦ AuthorID:
1053895.*

✉ ² holodova0420@yandex.ru.

АННОТАЦИЯ

Данная статья посвящена проблеме адекватного математического описания процесса движения транспортного средства по криволинейной траектории с учетом корреляции динамических и кинематических параметров данного процесса. Подчеркивается важность учета влияния сил сопротивления движению транспортного средства в направлении качения, при движении по криволинейной траектории, на минимально допустимый радиус кривизны при заданной скорости движения или на максимально возможную скорость движения транспортного средства при заданном радиусе кривизны траектории его движения.

В настоящее время при движении транспортного средства по криволинейной траектории минимальный радиус кривизны при заданной скорости или максимально допустимая скорость при заданном радиусе кривизны траектории определяются без учета сил сопротивления движению в направлении качения. Это приводит к необоснованному завышению предельно допустимой скорости транспортного средства при движении по криволинейной траектории с заданным радиусом кривизны, что, в свою очередь, при создании программного обеспечения для беспилотных транспортных средств, может привести к повышению аварийности.

Ключевые слова: трение качения, сила сопротивления вращению, минимальный радиус кривизны, максимально допустимая скорость, центростремительная сила, коэффициент трения скольжения или сцепления колеса с дорожным покрытием.

В статье предложено инновационное решение данной проблемы посредством учета влияния трения качения и моментов сопротивления в элементах трансмиссии транспортного средства на величину центростремительной силы, действующую на транспортное средство при движении по криволинейной траектории.

Целью исследования является разработка математической модели движения транспортного средства по криволинейной траектории с учетом влияния трения качения и сил сопротивления в трансмиссии транспортного средства на максимально возможную скорость транспортного средства при заданном радиусе кривизны траектории и на минимально возможный радиус кривизны траектории при заданной скорости движения транспортного средства.

Установлено, что сила сопротивления движению транспортного средства в направлении качения уменьшает величину центростремительной силы, обеспечивающую движение транспортного средства по криволинейной траектории определенной кривизны, на величину, равную силе сопротивления движению в направлении качения транспортного средства.

Для цитирования: Евстратов В. А., Холодова Л. А. Модель движения транспортного средства по криволинейной траектории с учетом трения качения // Мир транспорта. 2024. Т. 22. № 5 (114). С. 11–15. DOI: <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2024-22-5-2>.

**Полный текст статьи в переводе на английский язык публикуется во второй части данного выпуска.
English translation of the full text of the article is published in the second part of the issue.**



ВВЕДЕНИЕ

Вопросу движения транспортных средств по криволинейной траектории посвящено много исследований как теоретических, так и экспериментальных. Подходы и методы, применяемые к решению данной задачи, весьма разнообразны. Так же в различных исследованиях глубина проработки различных деталей процесса взаимодействия колеса с грунтом разная.

В большинстве источников движение транспортного средства по криволинейной траектории рассматривается как движение материальной точки по окружности под действием единственной центростремительной силы, обусловленной трением скольжения или сцеплением колеса с дорожным покрытием:

$$F_c = F_{tr} = fN = fmg,$$

где f – коэффициент трения скольжения или сцепления колеса с дорожным покрытием;

N – сила нормального давления дорожного покрытия на колесо, Н;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

m – масса транспортного средства, кг.

Минимально допустимый радиус поворота определяется из условия

$$R_{min} = \frac{v^2}{fg}, \quad (1)$$

где v – скорость автомобиля, м/с.

Данная модель описывает движение колеса по окружности радиуса R при условии, что коэффициент трения качения, а точнее, коэффициент сопротивления движению колеса в направлении его качения равен нулю. На самом деле это не так. Коэффициент сопротивления движению колеса в направлении его качения всегда отличен от нуля, и чем он больше, тем больше минимальный радиус поворота при заданной скорости транспортного средства. При равенстве коэффициента сопротивления движению колеса в направлении его качения и коэффициента трения скольжения, независимо от угла поворота колеса, оно продолжит прямолинейное движение. Это происходит на скользкой дороге за счет уменьшения коэффициента трения скольжения, что отражает формула (1). Но что произойдет при увеличении коэффициента трения качения или при увеличении момента сопротивления вращению колеса, зависимость (1) не отражает.

Исследованию закономерностей движения транспортного средства по криволиней-

ной траектории посвящено достаточно много работ. В работе [1] «силы реакции грунта рассматриваются как функции координат мгновенного скольжения пятна контакта, что позволяет учесть режим движения колеса (ведущий, ведомый или тормозной), упругие свойства пневматической шины и деформацию грунта, ввести разные размеры, форму контакта и величину нормальной нагрузки на колесах». В этой же работе утверждается, что «составляющие силы трения связаны между собой соотношением $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$. Следовательно, если боковая составляющая достигает предела по сцеплению $P_{ymax} = \varphi N$, то продольная составляющая должна быть равна нулю $P_x = 0$, что противоречит самой возможности движения. Следовательно, максимальное значение боковой силы всегда меньше предела сцепления $P_y < \varphi N$ » [1].

В работе [2] исследован процесс криволинейного движения одиночного колеса по грунту. В статье представлены новые зависимости и расчетные схемы «для определения силовых факторов и глубины колеи в зависимости от положения полюса поворота колеса». Весьма интересно, что авторы предполагают, что «грунт является сплошной однородной пластичной средой с горизонтальной поверхностью». Однако стоит отметить, что далее авторы принимают допущение, согласно которому «давление на боковую поверхность колеса со стороны грунта в данной точке контакта прямо пропорционально деформации грунта» [2].

То есть, для пластичного грунта авторы применили закон Гука, который, как известно, относится только к абсолютно упругим телам. Это было бы правомерно для реборд колес железнодорожного состава и стального рельса, но для пластичного грунта закон Гука неприемлем. Пластичный грунт обладает нелинейными свойствами и не подчиняется закону Гука. Поэтому необходимо учитывать эти особенности и применять соответствующие модели для анализа процесса криволинейного движения колеса по пластичному грунту.

В открытых источниках довольно много околону научных описаний процесса криволинейного движения транспортного средства. В одном из таких источников представлен интересный подход к объяснению процесса. Согласно этому подходу «каждый автомобиль

имеет массу и обладает инерцией, при входе в поворот его вес, можно сказать, «продолжает двигаться» по прямой линии, то есть центр массы автомобиля стремится выйти за пределы окружности поворота с силой, обусловленной его ускорением (то есть скоростью). Вектор этой силы направлен перпендикулярно радиусу поворота»¹.

Или «во время движения автомобиля по окружности возникают две силы: центробежная, которая удерживает автомобиль на окружности, и центробежная, которая стремится отбросить его от центра вращения»².

В работе [3] авторами разработана математическая модель движения автомобиля по окружности. Составлены системы уравнений, описывающие движение автомобиля по ровной горизонтальной поверхности. Также выполнено моделирование процесса входа автомобиля в поворот и проведен сравнительный анализ полученных расчетных зависимостей с экспериментальными данными.

Большое количество исследований посвящено разработке математических моделей и оценке степени управляемости и устойчивости автомобиля при движении на вираже, определению критических режимов движения и предельных скоростей управляемого движения при заданном радиусе кривизны траектории движения транспортного средства [4–10].

Однако точной количественной оценки влияния коэффициента сопротивления движению колеса в направлении его качения на величину минимально допустимого радиуса поворота транспортного средства при заданной скорости или для решения обратной задачи нет. Это является открытой проблемой и представляет собой интересную область для исследований.

Целью настоящей работы является разработка математической модели движения транспортного средства по криволинейной траектории с учетом влияния трения качения и сил сопротивления в трансмиссии транспортного средства на максимально возмож-

ную скорость транспортного средства при заданном радиусе кривизны траектории и на минимально возможный радиус кривизны траектории при заданной скорости движения транспортного средства.

Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью создания программного обеспечения для получающих все более широкое распространение беспилотных авто-транспортных средств [11–15].

В свою очередь неотъемлемой частью программного обеспечения являются алгоритмы принятия решений, основанные на математических моделях, адекватно отображающих различные нюансы процесса движения автомобиля, и преобразующие сигналы, поступающие с сенсорных датчиков, в команды для систем и органов управления транспортным средством [16–19].

МЕТОДЫ И ДОПУЩЕНИЯ

Рассмотрим движение одноколесного транспортного средства, чтобы считать его материальной точкой и обоснованно применить законы теоретической механики. Переход к двухколесным и четырехколесным транспортным средствам с учетом длины их базы, расположения центра тяжести, типа привода, влияния движущей силы (крутящего момента) и т. п., будет сделан в дальнейших исследованиях.

Рассмотрим прямолинейное движение колеса при отсутствии движущей силы.

На колесо действуют со стороны дорожного покрытия: сила трения качения

$$F_k = \frac{\lambda}{r} N$$

и сила сопротивления вращению со стороны трансмиссии (трение в подшипниках валов, передаточных парах и т. п.)

$$F_{\text{тран}} = \frac{M_{\text{тр}}}{r},$$

где λ – коэффициент трения качения, м;

r – радиус колеса, м;

$N = -mg$ – сила нормального давления дорожного покрытия на колесо;

$M_{\text{тр}}$ – суммарный момент трения в элементах трансмиссии, передаваемый на колесо.

Таким образом, при прямолинейном движении транспортного средства на каждое его колесо действует сила сопротивления движению, равная сумме силы трения качения колеса и сил трения в элементах трансмиссии колеса:

$$F_{\text{сопр}} = F_k + F_{\text{тран}} = \frac{\lambda}{r} N + \frac{M_{\text{тр}}}{r}.$$

¹ Как автомобиль поворачивает. [Электронный ресурс]: <https://avtonauka.ru/electronika/kak-avtomobil-povorachivaet.html>. Доступ 27.03.2024.

² Повороты автомобиля. [Электронный ресурс]: <https://ustroystvo-avtomobilya.ru/bez-rubriki/povoroty-avtomobilya/>. Доступ 27.03.2024.



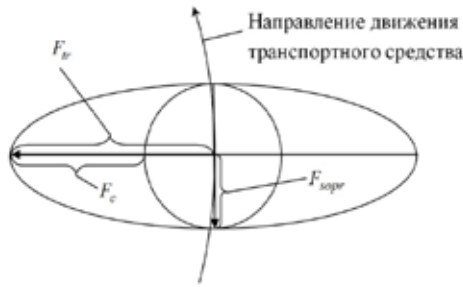


Рис. 1. Схема сил, действующих на транспортное средство при движении по криволинейной траектории [выполнено авторами].

Тогда коэффициент сопротивления движению колеса транспортного средства в направлении его вращения будет равен:

$$f_{sopr} = \frac{\lambda}{r} + \frac{M_{tr}}{rN}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

С учетом коэффициента сопротивления движению колеса транспортного средства в направлении его вращения авторами получена зависимость минимально допустимого радиуса поворота транспортного средства от его скорости:

$$R_{min} = \frac{v^2}{(f - f_{sopr})g} = \frac{v^2}{\left[f - \left(\frac{\lambda}{r} + \frac{M_{tr}}{rN} \right) \right] g} \tag{2}$$

Графически знаменатель правой части формулы (2), в общем случае, представляет собой эллипс трения (рис. 1).

В случае, когда $f_{sopr} = 0$, получаем зависимость (1).

В случае, когда $f = f_{sopr}$ знаменатель в (2) равен нулю, получаем неуправляемое транспортное средство, то есть минимального радиуса поворота не существует.

Максимальная скорость при заданном радиусе поворота:

$$v_{max} = \sqrt{Rg \left[f - \left(\frac{\lambda}{r} + \frac{M_{tr}}{rN} \right) \right]} \tag{3}$$

Авторами установлено, что центростремительная сила, обеспечивающая движение транспортного средства по окружности радиуса R , равна арифметической разнице силы трения скольжения колеса и силы сопротивления движению колеса в направлении его вращения:

$$F_c = F_{tr} - F_{sopr} = fN - \frac{\lambda}{r}N - \frac{M_{tr}}{r} \tag{4}$$

На рис. 1 сила F_c равна разнице длин полуосей эллипса трения.

На рис. 2 представлена полученная авторами зависимость максимально допустимой скорости движения транспортного средства v_{max} по криволинейной траектории радиуса $R = 40$ м от коэффициента сопротивления движению f_{sopr} при коэффициенте трения скольжения или сцепления колеса с сухим асфальтовым покрытием $f = 0,7^3$.

ВЫВОДЫ

Анализ полученных результатов показывает, что величина силы сопротивления движению колеса в направлении его вращения оказывает существенное влияние на величину максимально допустимой скорости при заданном радиусе кривизны траектории движения транспортного средства.

Чем больше величина силы сопротивления движению колеса в направлении его вращения, тем меньше величина центростремительной силы, обеспечивающей движение

³ Коэффициенты трения покоя и скольжения: справочная информация. [Электронный ресурс]: https://alexfl.pro/inform/inform_stali5.html. Доступ 03.06.2024.

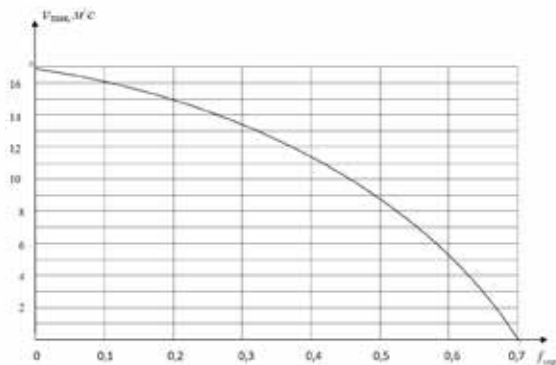


Рис. 2. Зависимость максимально допустимой скорости движения транспортного средства по криволинейной траектории от коэффициента сопротивления движению [выполнено авторами].

транспортного средства по криволинейной траектории, и тем меньше допустимая скорость движения транспортного средства при заданном радиусе кривизны траектории его движения.

Чем больше величина силы сопротивления движению колеса в направлении его вращения, тем больше минимально допустимый радиус кривизны этой траектории при заданной скорости транспортного средства.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Носков Н. К., Трояновская И. П., Титов С. А. Математическая модель силового взаимодействия колеса с грунтом при повороте машины // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. – 2017. – Т. 17. – № 3. – С. 5–15. DOI: 10.14529/engin170301.

2. Шухман С. Б., Соловьев В. И. Математическая модель криволинейного движения колеса по грунту // Известия высших учебных заведений. Транспортное и энергетическое машиностроение. – 2012. – № 8. – С. 24–31. EDN: PBJFUJ.

3. Федотов А. И., Тихов-Тинников Д. А., Быков А. В., Лысенко А. В. Математическая модель процесса движения автомобиля по окружности // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21. – № 2. – С. 199–207. DOI: 10.21285/1814-3520-2017-2-199-207.

4. Тарасик В. П., Пузанова О. В. Методика оценки управляемости и устойчивости автомобиля при движении на вираже // Вестник Белорусско-Российского университета. Машиностроение. – 2019. – № 3 (64). – С. 93–103. DOI: 10.53078/20778481_2019_3_93.

5. Тарасик В. П. Методика имитационного моделирования режима испытаний на управляемость и устойчивость автомобиля при входе в поворот // Вестник Белорусско-Российского университета. Машиностроение. – 2019. – № 2 (63). – С. 44–53. DOI: 10.53078/20778481_2019_2_44.

6. Любимов И. И., Буйлов Ю. А. Исследование связи увода колес автомобиля с жесткостью подвески // Вестник СГТУ. Транспорт. – 2013. – Т. 2. – № 1 (70). – С. 192–195. EDN: REAWZV.

7. Баулина Е. Е., Дементьев Ю. В., Итурралде П., Кислов А. А. К вопросу исследования устойчивости и управляемости гибридного автомобиля с изменяемым в процессе движения типом привода // Известия МГТУ «МАМИ». – 2012. – Т. 1. – № 2 (14). – С. 29–38. EDN: PUWPTD.

8. Бугин Д. А., Тумасов А. В., Вашурин А. С., Аникин А. А., Палутин Ю. И. Исследование режимов качения пневматической шины при испытаниях управляемости и устойчивости // Труды НГТУ им. П. Е. Алексеева. – Ниж-

ний Новгород. – 2018. – № 3 (122). – С. 107–110. DOI: 10.46960/1816-210X_2018_3_107.

9. Кравец В. Н., Мусарский Р. А. Исследование скольжения колес при повороте автомобиля // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2014. – № 6 (651). – С. 35–38. EDN: SEZQQF.

10. Дячук М. В., Петренко Д. И. Моделирование управляемости легкового автомобиля // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2009. – № 12 (141). – С. 29–37.

11. Чикрин Д. Е. Логика и структура построения системы управления беспилотных транспортных средств // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2021. – Т. 23. – № 4. – С. 96–102. [Электронный ресурс]: http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2021/2021_4_96_102.pdf. Доступ 27.05.2024.

12. Зезюлин Д. В., Тюгин Д. Ю., Тумасов А. В., Грошев А. М. [и др.]. Разработка системы беспилотного управления движением транспортного средства с электроприводом // Труды НГТУ им. П. Е. Алексеева. – Нижний Новгород. – 2018. – № 1 (120). – С. 165–174. DOI: 10.46960/1816-210X_2018_1_165.

13. Кузнецова М. В., Веремеенко Е. Г. Перспективы внедрения беспилотного управления автомобильными перевозками // Молодой исследователь Дона – электронный журнал ДГТУ. – 2018. – № 5 (14). – С. 67–72. EDN: YNKGYP.

14. Юзаева А. Г., Кукарцев В. В. Беспилотные автомобили: опасности и перспективы развития // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2016. – Т. 2. – № 12. – С. 120–122. EDN: XRYVBJP.

15. Dikmen, M., Burns, C. M. Autonomous Driving in the Real World: Experiences with Tesla Autopilot and Summon. Automotive'UI 16: Proceedings of the 8th International Conference on Automotive User Interfaces and Interactive Vehicular Applications. [New York]: [Association for Computing Machinery], 2016, pp. 225–228. DOI: 10.1145/3003715.3005465.

16. Herrmann, A., Brenner, W., Stadler, R. Autonomous Driving: How the Driverless Revolution Will Change the World. Bingley: Emerald Publishing, 2018, xiii, 445 p. ISBN: 978-1-78714-834-5.

17. Leong, W. L., Martinel, N., Huang, S., Micheloni, C., Foresti, G. L., Teo, R. S. H. An Intelligent Auto-Organizing Aerial Robotic Sensor Network System for Urban Surveillance. Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 2021, Vol. 102, Iss. 2, Art. 33. DOI: 10.1007/s10846-021-01398-y.

18. Akbari, Y., Almaadeed, N., Almaadeed, S., Elharrouss, O. Applications, databases and open computer vision research from drone videos and images: a survey. Artificial Intelligence Review, 2021, Vol. 54, Iss. 5, pp. 3887–3938. DOI: 10.1007/s10462-020-09943-1.

19. Litman, T. Autonomous Vehicle Implementation Predictions Implications for Transport Planning. 2021. [Электронный ресурс]: <https://vtpi.org/avip.pdf>. Доступ 24.05.2024. ●

Информация об авторах:

Евстратов Владимир Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры фундаментальных инженерных дисциплин Шахтинского автомобильного института (филиала) ЮРГПУ (НПИ) им. М. И. Платова, город Шахты Ростовской области, Россия, vae602@yandex.ru.

Холодова Людмила Александровна – старший преподаватель кафедры фундаментальных инженерных дисциплин Шахтинского автомобильного института (филиала) ЮРГПУ (НПИ) им. М. И. Платова, город Шахты Ростовской области, Россия, holodova0420@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 13.02.2024, одобрена после рецензирования 05.07.2024, принята к публикации 10.07.2024.

