



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ
УДК 656.031.8.656.078.4
DOI: <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2021-19-6-7>

Новые подходы к управлению ценами на транспортные услуги



Сергей ПАСТУХОВ



Константин СТЕЛЬМАШЕНКО

**Сергей Сергеевич Пастухов¹,
Константин Владимирович Стельмашенко²**

^{1, 2} Научно-исследовательский институт
железнодорожного транспорта (АО «ВНИИЖТ»),
Москва, Россия.

✉ ¹ pastuhovsergey@bk.ru,

² Stelmashenko.Konstantin@vniizht.ru.

АННОТАЦИЯ

Важным аспектом повышения эффективности процессов управления на транспорте является развитие новых подходов к формированию механизмов аналитики для целей управления ценами услуг.

В современных рыночных условиях продолжают оставаться актуальными и востребованными исследования, направленные на совершенствование инструментария определения оптимальных параметров соотношения качества и стоимости обслуживания для формирования конкурентоспособной и эффективной тарифной политики.

Цель исследования, представленного в статье, – анализ и оценка перспектив реализации таких направлений по совершенствованию аппарата оценки ценовой эластичности спроса на услуги железнодорожного пассажирского транспорта, как переход к использованию нелинейных по параметрам функций моделирования поведения клиентов, а также внедрение наиболее эффективных алгоритмов из арсенала современного инструментария глобальной математической оптимизации.

Формирование выводов исследования основывается на применении механизмов системного анализа, методов экономико-математического моделирования и оптимиза-

ции, а также инструментария непараметрической статистики.

В итоге, на основе использования массива данных о спросе пассажиров фирменных поездов проведена сравнительная оценка качества моделирования ценовой эластичности спроса при использовании 15 нелинейных по параметрам функций, а также, в результате осуществления трёхэтапной процедуры сравнительного анализа эффективности работы более чем 60 алгоритмов оптимизации (включающей, в том числе, расчёт минимумов и медиан для сумм квадратов ошибок моделирования, бутстреп-анализ, тесты Краскела–Уоллеса и Манна–Уитни, а также расчёт специально разработанной авторами метрики оценки степени превосходства одного алгоритма над другим в рамках непараметрического анализа) определены наиболее перспективные механизмы поиска неизвестных параметров для негладких нелинейных функций моделирования поведения клиентов железнодорожного транспорта.

Представляется, что полученные выводы могут быть успешно использованы и применительно к другим видам транспорта при решении ими аналогичных задач формирования эффективного инструментария управления ценами транспортных услуг.

Ключевые слова: управление транспортом, пассажирские перевозки, тарифная политика, ценовая эластичность спроса, экономико-математические модели, эвристические алгоритмы оптимизации, система управления доходами.

Для цитирования: Пастухов С. С., Стельмашенко К. В. Новые подходы к управлению ценами на транспортные услуги // Мир транспорта. 2021. Т. 19. № 6 (97). С. 48–60. DOI: <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2021-19-6-7>.

Полный текст статьи на английском языке публикуется во второй части данного выпуска.
The full text of the article in English is published in the second part of the issue.

ВВЕДЕНИЕ

Востребованными и актуальными являются исследования, посвящённые развитию подходов к управлению ценами транспортных услуг, базирующихся на реализации эффективных механизмов моделирования поведения клиентов для целей нахождения оптимальных параметров соотношения качества и стоимости обслуживания.

Реализация комплексных программ повышения эффективности, рост ориентированности на клиентов и повышение качества предоставляемых услуг продолжают, согласно положениям Программы долгосрочного развития¹, оставаться важными направлениями стратегии обеспечения высокой конкурентоспособности ОАО «РЖД» в современных рыночных условиях.

В сфере управления железнодорожным транспортом на рынке пассажирских перевозок за последние 15 лет достигнут существенный прогресс в развитии методологии моделирования поведения клиентов для целей ценообразования на основе исследования ценовой эластичности спроса, к основным вехам которого можно отнести:

- разработку механизма определения оптимальных стоимостных интервалов для платёжеспособного спроса на дополнительные услуги в поездах, базирующегося на сценарном анализе ответов респондентов о предельных ценах с использованием ранговых шкал ценовых диапазонов [1, с. 45–47; 2, с. 128–132];
- создание инструментария оценки оптимальных тарифов на пригородные абонементы путём моделирования процесса решения клиентов о выборе поездки [3, с. 51–63];
- обоснование концепции и подходов к реализации динамического ценообразования и управления доходностью пассажирских перевозок в дальнейшем следовании [4, с. 27–30];
- разработку аппарата экономико-математических моделей для управления доходностью и рентабельностью отечественных пассажирских перевозок дальнего следования в рамках системы динамического ценообразования [5, с. 10–15; 6, с. 33–39];
- развитие инструментария определения оптимальной стоимости обслуживания пасса-

жиров на основе экономико-математического моделирования с использованием линейных по параметрам [2, с. 123–128; 7, с. 10–20], а в дальнейшем, и существенно нелинейных [8, с. 50–59] форм моделей оценки ценовой эластичности спроса;

• совершенствование аппарата экономико-математических моделей для управления экономической эффективностью на основе объединения инструментария динамического ценообразования с механизмами анализа тарифов конкурентов [9, с. 53–62] и подходами определения оптимальной составности пассажирских поездов [10, с. 343–350].

Целью исследования, результаты которого содержатся в статье, является дальнейшее последовательное развитие механизмов управления ценами транспортных услуг на основе совершенствования процессов прогнозирования поведения пассажиров за счёт выбора новых перспективных функций анализа ценовой эластичности спроса, а также поиска и применения наиболее эффективных алгоритмов глобальной математической оптимизации.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Альтернативные модели анализа ценовой эластичности спроса

В [8, с. 51] было рассмотрено пять нелинейных по параметрам форм экономико-математических моделей анализа ценовой эластичности для использования в автоматизированных системах управления доходностью: Гомпертца (Gompertz), Перла–Рида (Pearl–Reed), Ферхюльста (Verhulst), а также два варианта модели Вейбулла (Weibull): двухпараметрический (W2b) и четырёхпараметрический (W4b). Однако можно выделить и другие, широко используемые на практике, альтернативные функциональные формы нелинейных моделей, изучение которых может оказаться перспективным для повышения эффективности анализа эластичности спроса в рамках управления ценами перевозок и сопутствующего сервиса на железнодорожном транспорте:

• Литтла (Little), известная также как ADBUDG [11, с. 484–485]:

$$y(x) = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1)x^{\beta_3} / (\beta_4 + x^{\beta_3}), \quad (1)$$

где $y(x)$ – моделируемая зависимость спроса на услугу от её стоимости;

β – коэффициенты, получаемые в ходе оптимизации.

¹ Долгосрочная программа развития ОАО «РЖД» до 2025 года (утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 19 марта 2019 г. № 466-р). [Электронный ресурс]: <https://docs.cntd.ru/document/553927831?marker=64U0IK>. Доступ 01.05.2021.



• Логит (Logit) [12, с. 78–79]:

$$y(x) = \beta_1 \exp(\beta_2 + \beta_3 x) / (1 + \exp(\beta_2 + \beta_3 x)). \quad (2)$$

• Пропорций (Ratio) [13]:

$$\text{Rat-03: } y(x) = \beta_1 / (x^3 + \beta_2 x^2 + \beta_3 x + \beta_4), \quad (3)$$

$$\text{Rat-12: } y(x) = (\beta_1 x + \beta_2) / (x^2 + \beta_3 x + \beta_4), \quad (4)$$

$$\text{Rat-13: } y(x) = (\beta_1 x + \beta_2) / (x^3 + \beta_3 x^2 + \beta_4 x + \beta_5), \quad (5)$$

$$\text{Rat-21: } y(x) = (\beta_1 x^2 + \beta_2 x + \beta_3) / (x + \beta_4), \quad (6)$$

$$\text{Rat-22: } y(x) = (\beta_1 x^2 + \beta_2 x + \beta_3) / (x^2 + \beta_4 x + \beta_5). \quad (7)$$

• Ратковского (Ratkowsky's) [14, с. 1–5]:

$$y(x) = \beta_1 / (1 + \exp(-\beta_2 - \beta_3 x))^{(1/\beta_4)}. \quad (8)$$

• Ричардса (Richards) [15, с. 290–300]:

$$y(x) = \beta_1 / ((1 + \beta_2 \exp(-\beta_3 x))^{(1/\beta_4)}). \quad (9)$$

• Экспоненты с двойным растяжением, далее называемой DWM (Double Weibullian Model) [16, с. 139–159; 17, с. 4402–4412]:

$$y(x) = \beta_1 \cdot \exp((x/\beta_2)^{\beta_3} - (x/\beta_4)^{\beta_5}). \quad (10)$$

Авторы решили сопоставить эффективность указанных выше моделей (формулы 1–10) с пятью, ранее представленными в [8, с. 51], при их использовании применительно к массиву информации о ценовой эластичности спроса, полученной по результатам анкетного опроса 3,5 тыс. пассажиров фирменных поездов (подробное описание процесса получения и обработки исходных данных представлено в [7, с. 12–16]), курсирующих на направлении Москва–Санкт-Петербург, в разрезе изучения следующих восьми кластеров данных, характеризующих спрос на:

1) услугу «Интернет» в вагонах Купе фирменных поездов;

2) услугу «Интернет» в вагонах СВ фирменных поездов;

3) услугу «Связь» в вагонах Купе фирменных поездов;

4) услугу «Связь» в вагонах СВ фирменных поездов;

5) билеты Купе эконо-класса поезда № 3/4 «Фирменный экспресс»;

6) билеты СВ бизнес-класса поезда № 3/4 «Фирменный экспресс»;

7) билеты Купе эконо-класса № 5/6 «Николаевский экспресс»;

8) билеты СВ бизнес-класса поезда № 5/6 «Николаевский экспресс».

В [8, с. 55] по итогам сравнительного анализа качества оценивания оптимальных параметров изучаемых форм моделей, наиболее эффективным оказался алгоритм Левенберга–Марквардта (далее LM), поэтому именно он был первоначально выбран для поиска неизвестных параметров изучаемых моделей (формулы 1–10). Данный алгоритм,

детально описанный в [18, с. 105–116], основывается на критерии минимизации суммы квадратов ошибок модели (далее SSE), который для целей сопоставимости был реализован во всех рассмотренных в алгоритмах оптимизации [8, с. 52].

В рамках данной статьи авторы решили использовать минимум SSE не только как критерий оптимизации неизвестных параметров, но и руководствоваться им при сравнениях качества работы алгоритмов оптимизации, а также эффективности изучаемых функциональных форм для целей ценообразования. Тем не менее, стоит отметить, что, перед внедрением в практику ценообразования, по-прежнему целесообразно проводить сравнения и по более удобным для целей менеджмента показателям, включая [8, с. 52–53] «интегральный критерий сравнительной ошибки модели в исследуемой группе», «скорректированный индекс детерминации», «средний модуль абсолютной ошибки» (далее MAD).

Полученные авторами результирующие величины минимума SSE по результатам 15 запусков алгоритма LM, характеризующие эффективность использования различных функциональных форм моделирования в каждом из восьми изучаемых кластеров (табл. 1), позволяют сделать вывод, что выбор модели Перла–Рида в качестве исходной точки при анализе ценовой эластичности спроса на транспортные услуги по-прежнему является отличным решением (в [8, с. 54–55] данная модель уже отмечалась как одна из самых перспективных, демонстрируя наибольшую эффективность по критерию минимума MAD).

При этом алгоритм LM не сошёлся для моделей Ричардса и DWM ни в одном из изучаемых кластеров, что связано с проблемами оценки градиента из-за негладкости этих нелинейных функциональных форм. Для решения данной проблемы авторы, учитывая анализ свойств этих функций и специфику применения моделей в практике анализа ценовой эластичности, ограничили области стартовых точек поиска для неизвестных переменных (в первом приближении, – интервалом от –10 до 10 для неизвестных параметров степени и от –50 до 50 для остальных неизвестных величин), после чего стало возможно использование алгоритмов оптимизации на основе построения

Таблица 1

Результаты оптимизации параметров нелинейных форм моделирования ценовой эластичности спроса (алгоритм LM) [выполнено авторами]

Форма модели	Исследуемый кластер данных в массиве исходной информации								
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
Минимум SSE по результатам 15 запусков LM, ед.									
Гомпертца	0,0101	0,0329	0,0301	0,0690	0,0685	0,0990	0,0282	0,0283	0,3661
Перла–Рида	0,0072	0,0106	0,0095	0,0162	0,0498	0,0674	0,0282	0,0198	0,2088
Ферхюльста	0,0080	0,0254	0,0256	0,0590	0,0508	0,0732	0,0317	0,0373	0,3110
W2b	0,0078	0,0261	0,0261	0,0590	0,0564	0,0843	0,0329	0,0450	0,3376
W4b	0,0071	0,0170	0,0172	0,0448	0,0527	0,0724	0,0304	0,0381	0,2796
Литтла	0,0084	0,0098	0,0127	0,0286	0,0457	0,0422	0,0686	0,0529	0,2689
Логит	0,0080	0,0254	0,0256	0,0590	0,0508	0,0317	0,0732	0,0373	0,3110
Rat-03	0,0075	0,0096	0,0127	0,0226	0,0623	0,0497	0,0925	0,0653	0,3221
Rat-12	0,0074	0,0096	0,0130	0,0178	0,0908	0,0671	0,1021	0,0694	0,3772
Rat-13	0,0072	0,0096	0,0122	0,0096	0,0459	0,0403	0,0728	0,0423	0,2400
Rat-21	0,0159	0,0403	0,0746	0,0733	0,3957	0,1889	0,1949	0,1870	1,1706
Rat-22	0,0072	0,0080	0,0129	0,0049	0,0533	0,0446	0,0778	0,0351	0,2439
Ратковского	0,0172	0,0457	0,0880	0,0857	0,0454	0,0282	0,0683	0,0283	0,4068
Ричардса	–	–	–	–	–	–	–	–	–
DWM	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Примечание: приведены округлённые до 4 знака величины SSE.

доверительных областей методами: внутренней точки (Trust Region Inner Point Method, далее TRIPM, детальное описание которого представлено в [19, с. 578–583]) и последовательного квадратичного программирования (далее TRSQP, изложенного в [19, с. 546–554]). Так как из 15 запусков TRIPM и TRSQP в части кластеров успешными в плане сходимости оказывались менее 30 %, – был применён метод мультистарта, когда в каждом запуске использовались 30 стартовых точек, выбираемых из заданных интервалов на основе равномерного распределения с использованием генератора псевдослучайных чисел «Вихрь Мерсенна» ([20, с. 3–30]). В итоге, для рассматриваемого массива данных в рамках каждого из 15 запусков по каждому из кластеров удалось получить решения, подхо-

дящие для дальнейшего сравнительного анализа (табл. 2).

Следует отметить, что TRIM и TRSQP, учитывая особенности их построения, не гарантируют получение глобальных минимумов в случае негладких функций. Более того, даже при использовании мультистарта, по-прежнему нельзя полностью исключить вероятность того, что алгоритмы не дадут ни одного приемлемого решения в заданные интервалы времени, что может оказаться серьёзным препятствием для их применения в практике управления ценами транспортных услуг на железнодорожном транспорте. Поэтому в качестве альтернативного подхода к поиску оптимумов для моделей Ричардса и DWM (учитывая наличие перспектив их использования, согласно результатам, представленным в табл. 2) было ре-

Таблица 2

Результаты оптимизации параметров нелинейных форм моделирования ценовой эластичности спроса (алгоритмы: TRIPM и TRSQP) [выполнено авторами]

Форма модели	Исследуемый кластер данных в массиве исходной информации								
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
Минимум SSE по результатам 15 запусков TRIPM с мультистартом, ед.									
Ричардса	0,0073	0,0101	0,0155	0,0238	0,0454	0,0683	0,0282	0,0278	0,2264
DWM	0,0069	0,0140	0,0191	0,0106	0,0518	0,0784	0,0291	0,0197	0,2296
Минимум SSE по результатам 15 запусков TRSQP с мультистартом, ед.									
Ричардса	0,0073	0,0101	0,0155	0,0238	0,0454	0,0683	0,2615	0,0921	0,5240
DWM	0,0074	0,0204	0,0243	0,0519	0,0555	0,0838	0,0318	0,0388	0,3139

Примечание: приведены округлённые до 4 знака величины SSE.





Таблица 3

Общие сведения об эвристических алгоритмах оптимизации [составлено авторами]

Полное наименование и описание методологии алгоритма	Аббревиатура
«Artificial bee colony algorithm» [21, с. 19–30]	ABC
«Ant colony optimization for continuous domains» [22, с. 1155–1173]	ACOR
«Artificial ecosystem-based optimization» [23, с. 9383–9425]	AEO
«Autonomous groups particle swarm optimization» [24, с. 4683–4697]	AGPSO
«Antlion optimizer» [25, с. 80–89]	ALO
«Aquila optimizer» [26, с. 1–16]	AO
«Bat algorithm» [27, с. 313–315]	BAT
«Biogeography-Based optimization» [28, с. 702–713]	BBO
«A modified bees algorithm with statistics-based tuning parameters» [29, с. 287–301]	BeAm
«The standard bees algorithm» [30, с. 2919–2938]	BeAs
«Bacterial foraging optimization» [31, с. 52–67]	BFO
«Black-Hole-Based optimization» [32, с. 879–888]	BHBO
«Cultural algorithm» [33, с. 187–192]	CA
«Chaos Game optimization» [34, с. 917–1004]	CGO
«The clonal selection principle optimization» [35, с. 239–251]	CLONALG
«Coyote optimization algorithm» [36, с. 2633–2640]	COA
«Constriction coefficient particle swarm optimization» [37, с. 58–73]	CPSO
«Cuckoo search algorithm» [27, с. 306–312]	CS
«Dragonfly algorithm» [38, с. 1053–1073]	DAO
«Differential evolution» [39, с. 341–359]	DE
«Hybrid particle swarm with differential evolution» [40, с. 629–640]	DEPSO
«Earthquake optimization algorithm» [41, с. 78–86]	EQOA
«Equilibrium optimizer» [42, с. 1–19]	EOA
«Firefly algorithm» [43, с. 209–218]	FA
«Flower pollination algorithm» [27, с. 315–318]	FPA
«Real-coded genetic algorithm» [44, с. 2276–2280]	GA
«Generalized normal distribution optimization» [45, с. 1–21]	GNDO
«Grasshopper optimisation algorithm» [46, с. 30–47]	GOA
«Gaussian Quantum-behaved particle swarm» [47, с. 1676–1683]	GQPSO
«Generalized simulated annealing optimization» [48, с. 216–220]	GSA
«Grey wolf optimizer» [49, с. 46–61]	GWO
«Heap-based optimizer» [50, с. 1–17]	HBO
«Harris hawks optimization» [51, с. 849–872]	HHO
«Harmony search» [33, с. 182–186]	HS
«Imperialist competitive algorithm» [21, с. 51–65]	ICA
«An improved grey wolf optimizer» [52, с. 1–37]	IGWO
«Adaptive differential evolution with optional external archive» [53, с. 945–958]	JADE
«Inertia based particle swarm optimization» [54, с. 32–41]	IPSO
«Invasive weed optimization» [55, с. 355–366]	IWO
«Jaya optimization» [56, с. 19–34]	JAYA
«Mexican Axolotl Optimization» [57, с. 1–20]	MAO
«Marine predators algorithm» [58, с. 1–23]	MPA
«Manta ray foraging optimization» [59, с. 1–20]	MRFO
«Multi-Verse optimizer» [60, с. 495–513]	MVO
«Neighborhood consensus continuous optimization» [61, с. 115–141]	NCCO
«Nelder Mead optimization algorithm» [62, с. 973–980]	NM
«Standart particle swarm optimization» [33, с. 232–237]	SPSO
«Queueing search algorithm» [63, с. 464–490]	QSO
«Real-coded adaptive simulated annealing optimization» [27, с. 287–290]	SA
«Shuffled complex-self adaptive hybrid evolution algorithm» [64, с. 215–235]	SC-SAHEL
«Shuffled complex evolution» [65, с. 501–521]	SCE-UA
«Sunflower optimization» [66, с. 619–626]	SFO
«Salp swarm algorithm» [67, с. 163–191]	SSA
«A two-stage state transition algorithm» [68, с. 1–13]	STA
«Time-varying asymmetric acceleration particle swarm optimization» [69, с. 2134–2139]	TACPSO
«Teaching-Learning-Based optimization algorithm» [21, с. 41–49]	TLBO
«Tug of war optimization algorithm» [21, с. 123–135]	TWO
«Vibrating particles system optimization algorithm» [21, с. 153–165]	VPS
«Water evaporation optimization algorithm» [21, с. 138–152]	WEO
«Whale optimization algorithm» [70, с. 51–67]	WOA

шено рассмотреть применение эвристических алгоритмов глобальной оптимизации, изначально спроектированных так, чтобы при ограниченном времени вычислений стабильно находить хорошие решения, даже в случае негладких нелинейных функций в многомерном пространстве неизвестных переменных.

Выбор эвристических алгоритмов глобальной оптимизации для использования в управлении ценами транспортных услуг

В [8, с. 52] было рассмотрено лишь три варианта эвристической численной оптимизации, лучшим из которых (по минимуму SSE во всех кластерах) оказался метод Нельдера–Мида (Nelder–Mead, далее NM), который, тем не менее, существенно уступал в эффективности алгоритму LM [8, с. 57]. Однако в последние десятилетия наблюдается существенный прогресс в развитии теории эвристик глобальной оптимизации, результатом которого стало появление множества общедоступных (без ограничений на их доработку и коммерческое использование) алгоритмов, часто сопровождаемых примерами описания исходных кодов на языках программирования (R, Python, Matlab, Ruby). Удобство практической работы с ними в распространённых в настоящее время бесплатных интерактивных средах разработки программного обеспечения: Rstudio, Spyder, GNU Octave (поддерживающей синтаксис Matlab), а также существенный рост вычислительных мощностей современных компьютеров предоставляют широкие перспективы для быстрой разработки и интеграции лучших решений в существующие программные комплексы, обслуживающие многочисленные процессы отраслевого управления, включая ценообразование. Поэтому для определения наиболее эффективного подхода к оптимизации параметров негладких нелинейных моделей, используемых для оценки ценовой эластичности спроса, авторами был проведён сравнительный анализ работы 60 стохастических эвристических алгоритмов оптимизации (табл. 3), который включал три основных этапа: отбор лучших 25 % по минимуму SSE; сокращение списка до 10 % на основе анализа медиан SSE; итоговый выбор нескольких наиболее пер-

спективных алгоритмов на основе непараметрических методов статистического анализа.

Для сокращения объёма вычислений было решено сначала провести отбор наиболее перспективных алгоритмов на основе оптимизации модели DWM и только после этого осуществить оптимизацию для модели Ричардса.

Результаты оценки минимума SSE в разрезе изучаемых кластеров по результатам 15 запусков эвристических алгоритмов оптимизации для модели DWM (со сменой значения инициализации генератора псевдослучайных чисел «Вихрь Мерсенна» в каждом), а также ограничением времени выполнения (не более 12 секунд) на оптимизацию в рамках запуска, представлены в табл. 4.

Полученные результаты ранжирования изучаемых эвристик глобальной оптимизации (табл. 4) показывают, что суммарный минимум SSE изучаемых кластеров по каждому из 15 лучших алгоритмов (25 % общего количества) оказывается ниже, чем у алгоритма TRIPM с мультистартом (табл. 2), что свидетельствует о высоком потенциале их практического использования.

Критерий минимума величины SSE, достигаемый по результатам 15 запусков, отражает такие аспекты эффективности алгоритма оптимизации, как перемещение в пространстве размерностей задачи и поиск в перспективных локальных областях, но для практического использования в ценообразовании, учитывая стохастическую природу всех рассматриваемых эвристических алгоритмов, важным является критерий стабильности, отражающий вероятность того, что алгоритм сможет найти минимум SSE за меньшее число запусков. Поэтому, для учёта критерия стабильности, было проведено сравнение медиан SSE, результаты которого для 18 лучших алгоритмов представлены в табл. 5.

Результаты сравнения медиан SSE (табл. 4) показывают, что самым стабильным является алгоритм CS. Стоит отметить, что и по суммарному минимуму SSE он не занял лидирующие позиции только из-за результатов работы на четвёртом изучаемом кластере. В пятёрку лучших также вошли MRFO, FPA и TLBO, что, учитывая их лидерство по минимуму SSE, делает их явными фаворитами. В то же время SC-SAHF, хотя достигал





Таблица 4

Ранжирование алгоритмов по минимуму SSE для модели DWM
[выполнено авторами]

Алгоритм	Изучаемый кластер данных в массиве исходной информации								
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
Минимум SSE по результатам 15 запусков алгоритма, ед.									
SC-SAHEL	0,0069	0,0072	0,0191	0,0110	0,0509	0,0278	0,0748	0,0197	0,2174
MRFO	0,0069	0,0072	0,0192	0,0109	0,0510	0,0278	0,0748	0,0197	0,2174
FPA	0,0069	0,0072	0,0191	0,0106	0,0509	0,0284	0,0748	0,0197	0,2177
TLBO	0,0069	0,0072	0,0191	0,0108	0,0510	0,0284	0,0748	0,0197	0,2179
CS	0,0069	0,0072	0,0191	0,0118	0,0509	0,0278	0,0748	0,0197	0,2182
CGO	0,0069	0,0072	0,0191	0,0103	0,0509	0,0284	0,0748	0,0213	0,2190
EOA	0,0069	0,0072	0,0193	0,0133	0,0510	0,0278	0,0749	0,0206	0,2210
FA	0,0069	0,0072	0,0193	0,0141	0,0511	0,0278	0,0750	0,0197	0,2211
WEO	0,0069	0,0072	0,0196	0,0142	0,0511	0,0279	0,0749	0,0200	0,2218
AEO	0,0069	0,0072	0,0205	0,0103	0,0509	0,0279	0,0748	0,0233	0,2218
VPS	0,0069	0,0072	0,0192	0,0141	0,0511	0,0291	0,0749	0,0206	0,2231
GNDO	0,0069	0,0140	0,0191	0,0104	0,0509	0,0278	0,0748	0,0197	0,2236
STA	0,0069	0,0076	0,0194	0,0144	0,0520	0,0278	0,0760	0,0197	0,2238
AGPSO	0,0069	0,0072	0,0193	0,0124	0,0511	0,0279	0,0750	0,0248	0,2246
JADE	0,0069	0,0072	0,0191	0,0103	0,0509	0,0318	0,0748	0,0262	0,2272
CPSO	0,0069	0,0141	0,0206	0,0117	0,0510	0,0307	0,0749	0,0206	0,2307
GA	0,0069	0,0074	0,0196	0,0221	0,0520	0,0278	0,0759	0,0197	0,2314
GWO	0,0069	0,0073	0,0196	0,0148	0,0527	0,0318	0,0753	0,0239	0,2323
MVO	0,0070	0,0072	0,0197	0,0227	0,0524	0,0294	0,0757	0,0220	0,2360
IGWO	0,0071	0,0072	0,0194	0,0117	0,0531	0,0318	0,0818	0,0249	0,2370
ICA	0,0069	0,0147	0,0197	0,0195	0,0517	0,0285	0,0756	0,0206	0,2371
TACPSO	0,0069	0,0072	0,0192	0,0302	0,0510	0,0279	0,0749	0,0197	0,2371
DEPSO	0,0069	0,0072	0,0191	0,0104	0,0509	0,0318	0,0748	0,0382	0,2393
ACOR	0,0069	0,0073	0,0200	0,0174	0,0540	0,0286	0,0814	0,0250	0,2406
QSO	0,0069	0,0072	0,0193	0,0119	0,0510	0,0748	0,0318	0,0382	0,2411
MPA	0,0071	0,0072	0,0198	0,0135	0,0526	0,0308	0,0750	0,0353	0,2412
GSA	0,0069	0,0072	0,0198	0,0116	0,0509	0,0748	0,0318	0,0382	0,2413
ABC	0,0069	0,0147	0,0197	0,0182	0,0513	0,0318	0,0752	0,0262	0,2440
DE	0,0069	0,0145	0,0208	0,0276	0,0513	0,0284	0,0754	0,0197	0,2447
SCE-UA	0,0069	0,0140	0,0191	0,0103	0,0509	0,0307	0,0748	0,0388	0,2455
JAYA	0,0069	0,0077	0,0198	0,0145	0,0521	0,0318	0,0752	0,0384	0,2466
HHO	0,0071	0,0073	0,0196	0,0196	0,0531	0,0318	0,0787	0,0298	0,2470
SPSO	0,0069	0,0072	0,0194	0,0401	0,0511	0,0279	0,0750	0,0197	0,2472
NM	0,0069	0,0072	0,0200	0,0098	0,0555	0,0308	0,0809	0,0363	0,2474
HS	0,0069	0,0153	0,0205	0,0272	0,0525	0,0284	0,0765	0,0205	0,2479
WOA	0,0072	0,0076	0,0196	0,0192	0,0532	0,0318	0,0825	0,0304	0,2515
BeAm	0,0069	0,0090	0,0218	0,0259	0,0526	0,0290	0,0750	0,0363	0,2566
COA	0,0069	0,0075	0,0199	0,0262	0,0523	0,0318	0,0761	0,0385	0,2592
IWO	0,0074	0,0080	0,0197	0,0269	0,0538	0,0318	0,0767	0,0388	0,2632
CA	0,0069	0,0146	0,0212	0,0410	0,0518	0,0318	0,0756	0,0237	0,2667
GA	0,0074	0,0179	0,0206	0,0276	0,0519	0,0318	0,0750	0,0388	0,2710
HBO	0,0069	0,0072	0,0196	0,0404	0,0514	0,0318	0,0753	0,0384	0,2711
BHBO	0,0071	0,0182	0,0243	0,0412	0,0541	0,0318	0,0756	0,0222	0,2745
GQPSO	0,0076	0,0087	0,0220	0,0251	0,0560	0,0327	0,0841	0,0384	0,2745
AO	0,0075	0,0204	0,0198	0,0259	0,0555	0,0312	0,0832	0,0315	0,2750
IPSO	0,0069	0,0141	0,0192	0,0400	0,0510	0,0318	0,0749	0,0382	0,2763
DAO	0,0073	0,0168	0,0241	0,0294	0,0536	0,0318	0,0785	0,0388	0,2804
BBO	0,0069	0,0146	0,0212	0,0410	0,0518	0,0318	0,0756	0,0382	0,2812
BeAs	0,0070	0,0124	0,0224	0,0375	0,0542	0,0318	0,0773	0,0388	0,2813
NCCO	0,0069	0,0146	0,0212	0,0410	0,0518	0,0318	0,0756	0,0388	0,2818
CLONALG	0,0071	0,0114	0,0233	0,0397	0,0551	0,0320	0,0785	0,0386	0,2855
TWO	0,0072	0,0161	0,0234	0,0461	0,0533	0,0307	0,0769	0,0363	0,2900
SSA	0,0073	0,0184	0,0243	0,0466	0,0538	0,0318	0,0762	0,0388	0,2972
GOA	0,0074	0,0204	0,0214	0,0431	0,0560	0,0319	0,0837	0,0388	0,3027
BAT	0,0074	0,0124	0,0243	0,0519	0,0549	0,0319	0,0829	0,0388	0,3045
BFO	0,0072	0,0203	0,0242	0,0519	0,0555	0,0333	0,0776	0,0388	0,3089
SFO	0,0074	0,0203	0,0243	0,0519	0,0548	0,0318	0,0828	0,0388	0,3120
ALO	0,0074	0,0204	0,0243	0,0519	0,0555	0,0318	0,0838	0,0388	0,3138
MAO	0,0103	0,0223	0,0316	0,0600	0,0555	0,0483	0,0875	0,0636	0,3792
EQOA	0,0209	0,0468	0,0453	0,0242	0,1100	0,0597	0,1238	0,0531	0,4837

Примечание: приведены округлённые до 4 знака величины минимума SSE.

• Мир транспорта. 2021. Т. 19. № 6 (97). С. 48–60

Пастухов С. С., Стельмашенко К. В. Новые подходы к управлению ценами на транспортные услуги

Таблица 5

Ранжирование алгоритмов по сумме медиан SSE для модели DWM
[выполнено авторами]

Алгоритм	Исследуемый кластер данных в массиве исходной информации								
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
Медиана SSE по результатам 15 запусков алгоритма, ед.									
CS	0,0069	0,0072	0,0193	0,0119	0,0509	0,0278	0,0748	0,0197	0,2186
MRFO	0,0069	0,0073	0,0206	0,0130	0,0510	0,0279	0,0749	0,0213	0,2229
FA	0,0069	0,0072	0,0194	0,0142	0,0521	0,0296	0,0750	0,0218	0,2261
TLBO	0,0069	0,0072	0,0191	0,0112	0,0518	0,0318	0,0748	0,0250	0,2278
FPA	0,0069	0,0140	0,0205	0,0165	0,0510	0,0284	0,0748	0,0197	0,2319
WEO	0,0069	0,0092	0,0205	0,0199	0,0516	0,0294	0,0752	0,0224	0,2352
DEPSO	0,0069	0,0140	0,0191	0,0130	0,0518	0,0318	0,0748	0,0382	0,2496
VPS	0,0069	0,0141	0,0206	0,0141	0,0519	0,0296	0,0809	0,0382	0,2565
JAYA	0,0069	0,0081	0,0200	0,0230	0,0534	0,0318	0,0765	0,0384	0,2582
MPA	0,0074	0,0074	0,0203	0,0152	0,0550	0,0318	0,0835	0,0388	0,2594
IGWO	0,0077	0,0080	0,0199	0,0145	0,0555	0,0320	0,0828	0,0391	0,2595
DE	0,0069	0,0146	0,0208	0,0407	0,0524	0,0291	0,0754	0,0218	0,2617
EOF	0,0069	0,0142	0,0207	0,0401	0,0520	0,0304	0,0784	0,0206	0,2634
COA	0,0070	0,0092	0,0203	0,0290	0,0534	0,0318	0,0785	0,0386	0,2678
CGO	0,0074	0,0204	0,0243	0,0104	0,0555	0,0318	0,0808	0,0388	0,2694
HNO	0,0075	0,0076	0,0207	0,0248	0,0555	0,0318	0,0838	0,0388	0,2704
SC-SAHIEL	0,0069	0,0140	0,0191	0,0399	0,0518	0,0284	0,0748	0,0382	0,2731
GWO	0,0074	0,0204	0,0213	0,0192	0,0539	0,0318	0,0825	0,0388	0,2754

Примечание: приведены округлённые до 4 знака величины медианы SSE.

наименьших по сравнению с другими алгоритмами величин SSE, делал это лишь в небольшом количестве запусков (т.е. с меньшей вероятностью), демонстрируя в остальных случаях существенно менее конкурентоспособные результаты, что особенно заметно по результатам его работы в кластерах: 2, 4 и 8 (табл. 2).

В итоге, в рамках анализа методами непараметрической статистики было решено сопоставить результаты по следующим шести

алгоритмам: SC-SAHIEL, CS, MRFO, TLBO, FPA, а также FA (оказавшегося в тройке лучших по минимуму суммы медиан SSE и вошедший в десятку лидеров по минимуму SSE).

Результаты бутстреп-оценки (механизм которой детально описан в [71, с. 11–77]) средних величин SSE для изучаемых алгоритмов по итогам моделирования 5000 стратифицированных выборок на основе данных о результатах 15 запусков оптимизации

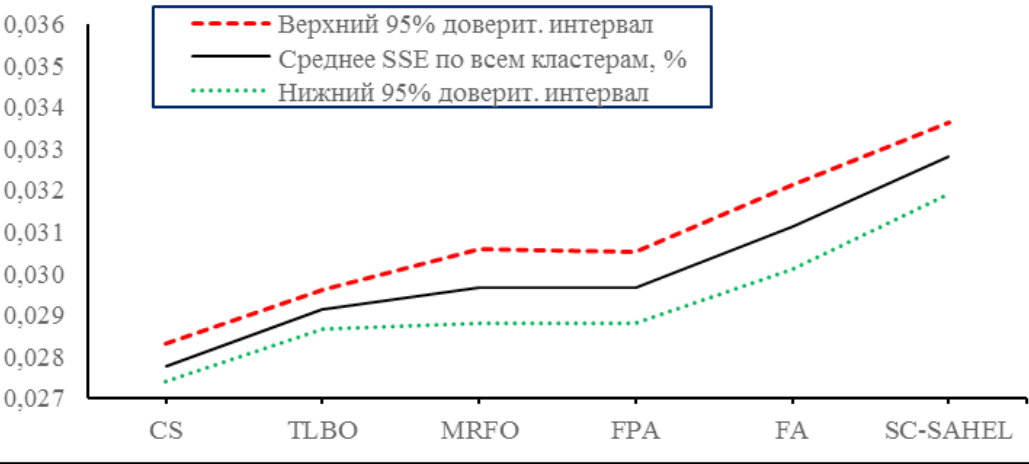


Рис. 1. Бутстреп-оценка результатов оптимизации модели DWM [выполнено авторами].



Алгоритм=>	MRFO	TLBO	MRFO	TLBO
pM-W по кластеру 1 (при НКВ=35,848; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 1	
CS	0,0000	0,0000	-1,00	-0,93
MFRO		0,0002		+0,80
pM-W по кластеру 2 (при НКВ=10,191; p=0,006)			DTMD_{αβ} по кластеру 2	
CS	0,0081	0,6318	-0,56	-0,10
MFRO		0,0045		+0,61
pM-W по кластеру 3 (при НКВ=32,289; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 3	
CS	0,0003	0,0050	-0,78	+0,60
MFRO		0,0001		+0,87
pM-W по кластеру 4 (при НКВ=32,369; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 4	
CS	0,0322	0,0321	-0,46	+0,46
MFRO		0,0051		+0,60
pM-W по кластеру 5 (при НКВ=29,366; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 5	
CS	0,0000	0,0000	-1,00	-1,00
MFRO		0,9174		-0,02
pM-W по кластеру 6 (при НКВ=19,371; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 6	
CS	0,0106	0,0000	-0,54	-0,84
MFRO		0,0174		-0,44
pM-W по кластеру 7 (при НКВ=20,365; p<0,0001)			DTMD_{αβ} по кластеру 7	
CS	0,0000	0,0014	-0,89	-0,68
MFRO		0,0922		+0,36
pM-W по кластеру 8 (при НКВ=10,289; p=0,006)			DTMD_{αβ} по кластеру 8	
CS	0,2297	0,0004	-0,25	-0,75
MFRO		0,1908		-0,28

Рис. 2. Результаты непараметрического анализа результатов оптимизации DWM [выполнено авторами].
 НКВ-тестовая статистика Краскела-Уоллеса; p – статистическая значимость теста Краскела-Уоллеса;
 pM-W – статистическая значимость теста Манна-Уитни.

в каждом из кластеров (рис. 1), характеризующие общую оценку эффективности (в дополнение к ранее полученным оценкам на основе суммы минимумов и медиан), свидетельствуют о том, что на начальных этапах поиска неизвестных параметров нелинейных моделей для целей анализа ценовой эластичности предпочтительно не начинать оптимизацию с использования FA и SC-SAHEL. Также к недостаткам этих алгоритмов следует отнести необходимость установки большого количества стартовых метапараметров оптимизации (восемь для FA и более десяти для SC-SAHEL), в отличие от двух для TLBO, и трёх для CS, MRFO и FPA.

Для формирования окончательного заключения для трёх лучших (по результатам бутстреп-оценки) алгоритмов была проведена оценка статистической значимости различий SSE (по результатам 15 запусков) на основе расчёта непараметрического теста Краскела-Уоллеса [72, с. 559–581] с последующим

проведением попарных сравнений на основе метода Манна-Уитни [72, с. 540–550]. Кроме того, для удобства оценки степени превосходства одного алгоритма над другим (при попарных сравнениях в рамках аналитических матриц) авторами была разработана (формула 11) специализированная метрика $DTMD_{\alpha\beta}$, значения которой находятся в интервале от –1 (когда все величины SSE у алгоритма α ниже, чем у алгоритма β) до +1 (когда все величины SSE алгоритма β меньше, чем у алгоритма α).

$$\begin{aligned}
 DTMD_{\alpha\beta} &= \frac{\sum_{i=1}^n v_{ai} - \sum_{i=1}^n h_{\beta i}}{\sum_{z=n+1}^{2n} z - \sum_{z=1}^n z} = \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n v_{ai} - \sum_{i=1}^n h_{\beta i}}{\frac{n(n+1+2n)}{2} - \frac{n(n+1)}{2}} = \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n v_{ai} - \sum_{i=1}^n h_{\beta i}}{n^2},
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Таблица 6

Ранжирование алгоритмов по минимуму SSE для модели Ричардса
[выполнено авторами]

Алгоритм	Исследуемый кластер данных в массиве исходной информации								
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
Минимум SSE* по результатам 15 запусков алгоритма, ед.									
CS	0,0073	0,0082	0,0155	0,0202	0,0454	0,0282	0,0683	0,0278	0,2209
MRFO	0,0073	0,0082	0,0155	0,0202	0,0454	0,0282	0,0683	0,0278	0,2210
TLBO	0,0075	0,0082	0,0155	0,0202	0,0454	0,0287	0,0683	0,0313	0,2252

Примечание: приведены округлённые до 4 знака величины минимума SSE.

где $\sum_{i=1}^n v_{ai}$, $\sum_{i=1}^n h_{bi}$ – суммы ранговых мест, получаемые по методу Манна–Уитни при попарном сравнении величин SSE в выборках алгоритма α (отражаемого в аналитической матрице по вертикали) и алгоритма β (отражаемого в аналитической матрице по горизонтали);

$$\sum_{z=n+1}^{2n} z - \sum_{z=1}^n z \text{ – максимальная разница между}$$

суммами ранговых мест при объединении двух выборок одинакового размера n , наблюдаемая в случае, когда все величины SSE в одной из выборок окажутся ниже любого значения SSE в другой выборке.

Результаты непараметрического анализа (рис. 2) свидетельствуют о том, что во всех кластерах у сравниваемых алгоритмов различия в средних оценках SSE не являются случайными, так как статистическая значимость теста Краскела–Уоллеса ниже порогового уровня в 0,05. Анализ оценок тестов Манна–Уитни с использованием порогового уровня в 0,05/3, согласно поправке Бонферрони (см. [72, с. 565–566]), совместно с результатами расчёта $DTMD_{\alpha\beta}$, позволяют заключить, что алгоритм CS является наиболее предпочтительным, так как демонстрирует статистически значимо лучшие результаты в кластерах 1, 5, 6, 7, а также не уступает другим алгоритмам на кластерах 2 и 8.

Результаты оценки минимума SSE для модели Ричардса (табл. 6) также подтверждают эффективность алгоритма CS, хотя, в данном случае, его преимущество перед MRFO оказывается несущественным.

На основе сравнения минимумов SSE (табл. 4 и табл. 6), полученных при использовании эвристических алгоритмов оптимизации, можно заключить, что функциональная форма DWN выглядит несколько более предпочтительной, чем модель Ричардса. Также, хотя суммарный минимум SSE для модели DWM при оптимизации алгоритмом CS несколько выше, чем у модели Перла–Рида при оптимизации алгоритмом LM, сравнение результатов отдельно в каждом из кластеров (табл. 1 и табл. 4) показывает, что DWM даёт более эффективные оценки в пяти кластерах из восьми, что позволяет считать эту модель более универсальной. При этом использование рассматриваемых эвристических алгоритмов оптимизации для модели Перла–Рида оказывается менее эффективным, чем изначальное использование алгоритма LM (табл. 7).

Таким образом, функциональную форму DWM с оптимизацией параметров алгоритмом CS можно рекомендовать как конкурентоспособную альтернативу в анализе ценовой эластичности спроса, в слу-

Таблица 7

Эффективность эвристической оптимизации для модели Перла–Рида по сравнению с использованием алгоритма LM [выполнено авторами]

Алгоритмы	Исследуемый кластер данных в массиве исходной информации							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	Сотношение минимумов SSE (по результатам 15 запусков), %							
CS/LM	100,3	100,0	132,3	126,3	100,0	100,0	102,3	100,3
MRFO/LM	100,0	100,8	147,3	100,0	100,0	100,0	113,1	101,4
TLBO/LM	103,5	100,1	147,1	127,3	100,1	100,0	113,1	106,8



чае, когда использование модели Перла–Рида не обеспечило заданных менеджментом параметров эффективности.

Выводы

В рамках развития механизмов управления ценами транспортных услуг рассмотрены перспективы совершенствования аппарата моделирования поведения клиентов на основе применения различных форм нелинейных функций анализа ценовой эластичности спроса, а также перехода к использованию эвристического инструментария глобальной оптимизации.

На основе использования массива данных о спросе пассажиров рассмотрены перспективы применения 15 нелинейных по параметрам функций для моделирования ценовой эластичности спроса, кроме того, для выявления наиболее перспективного инструментария оценки их параметров проведено сравнение эффективности более 60 алгоритмов оптимизации.

Несмотря на использование в анализе данных о ценовой эластичности спроса пассажиров фирменных поездов, представляется, что сформированные выводы о перспективных направлениях развития механизмов управления ценами транспортных услуг могут быть успешно использованы применительно и к другим видам транспорта.

Важным направлением дальнейших исследований является разработка механизмов интеграции предлагаемых подходов со специализированными методами конкурентного анализа и инструментарием оценки оптимальной составности поездов для их последующего совместного использования в рамках динамической системы ценообразования для повышения эффективности функционирования транспортной отрасли.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Пастухов С. С. Определение основных путей повышения эффективности работы вагонов-ресторанов на основе маркетингового анализа // Вестник ВНИИЖТ. – 2008. – № 2. – С. 42–47. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12964535>. Доступ 29.04.2021.
2. Пастухов С. С. Разработка методов исследования качества транспортного обслуживания населения в сфере железнодорожных пассажирских перевозок дальнего следования / Дис... канд. экон. наук. – М.: Моск. гос. ун-т путей сообщ. (МИИТ) МПС РФ, 2011. – 204 с.

3. Мирошникенко О. Ф., Пастухов С. С. Формирование оптимальных тарифов на абонементные билеты в пригородном сообщении на основе методов математического моделирования // Экономические проблемы развития железнодорожного транспорта на этапах его инновационных и структурных преобразований: Сб. науч. тр. ОАО «ВНИИЖТ» / Под ред. О. Ф. Мирошникенко. – М.: Интекст, 2009. – С. 51–62. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20617233>. Доступ 29.04.2021.

4. Комаров Л. К. Динамическое ценообразование и управление доходностью пассажирских перевозок // Железнодорожный транспорт. – 2010. – № 1. – С. 27–30. [Электронный ресурс]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17759770&>. Доступ 29.04.2021.

5. Мирошникенко О. Ф., Венедиктов Г. Л., Кочетков В. М., Пастухов С. С. Методы реализации системы управления доходностью применительно к пассажирскому железнодорожному сообщению // Вестник ВНИИЖТ. – 2010. – № 6. – С. 10–15. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=15506258>. Доступ 29.04.2021.

6. Мирошникенко О. Ф., Венедиктов Г. Л., Кочетков В. М., Пастухов С. С. Реализация экономико-математических моделей в автоматизированных системах управления рентабельностью пассажирских перевозок // Вестник ВНИИЖТ. – 2011. – № 4. – С. 33–39. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=16555647>. Доступ 29.04.2021.

7. Пастухов С. С. Определение оптимальных цен на новые услуги в поездах дальнего следования на основе методов математического моделирования // Проблемы железнодорожного транспорта: Сб. науч. тр. ОАО «ВНИИЖТ» / Под ред. Г. В. Гогричиани. – М.: Интекст, 2011. – С. 10–20. ISBN 978-5-89277-102-3.

8. Пастухов С. С. Совершенствование механизма поиска оптимальных цен на новые услуги в поездах дальнего следования на основе применения нелинейных по параметрам моделей анализа ценовой эластичности спроса // Вестник ВНИИЖТ. – 2015. – № 4. – С. 50–59. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23815283>. Доступ 29.04.2021.

9. Пастухов С. С., Стельмашенко К. В. Совершенствование механизмов сравнительного маркетингового анализа тарифов на рынке пассажирских перевозок дальнего следования в условиях развития систем динамического управления доходностью // Вопросы развития железнодорожного транспорта: сборник трудов учёных АО «ВНИИЖТ» / Под ред. М. М. Железнова, Г. В. Гогричиани. – М.: РАС, 2017. – С. 53–62. ISBN 978-5-9909147-3-5.

10. Венедиктов Г. Л., Кочетков В. М. Комплексная оптимизация эксплуатации пассажирских поездов на базе автоматизированной системы управления рентабельностью пассажирских перевозок // Вестн. науч.-исслед. ин-та железнодорож. трансп. – 2020. – Т. 79. – № 6. – С. 343–350. DOI: <https://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2020-79-6-343-350>.

11. Winston, Wayne L. Marketing Analytics Data-Driven Techniques with Excel. Indianapolis: John Wiley & Sons, 2014, 722 p. ISBN 978-1-118-37343-9.

12. Haugom, E. Essentials of Pricing Analytics: Tools and Implementation with Excel. Routledge, 2020, 291 p. ISBN 978-0-367-36322-2.

13. Koç, H. Ratio-type estimators for improving mean estimation using Poisson regression method. Communications in Statistics - Theory and Methods, 2021, Vol. 50, Iss. 20, pp. 4685–4691. DOI: 10.1080/03610926.2020.1777307.

14. Ratkowsky, D., Olley, J., McMeekin, T., Ball, A. Relationship between temperature and growth rate of bacterial cultures. Journal of Bacteriology, 1982, Vol. 149 (1), pp. 1–5. DOI: 10.1128/jb.149.1.1-5.1982.

15. Richards, F. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 1959, Vol. 10, No. 29, pp. 290–300. DOI: <https://doi.org/10.1093/jxb/10.2.290>.
16. Van Boekel, M. On the use of the Weibull model to describe thermal inactivation of microbial vegetative cells. *International Journal of Food Microbiology*, 2002, Vol. 74, Iss. 1–2, pp. 139–159. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-1605\(01\)00742-5](https://doi.org/10.1016/S0168-1605(01)00742-5).
17. Corradini, M., Normand, M., Eisenberg, M., Peleg, M. Evaluation of a Stochastic Inactivation Model for Heat-Activated Spores of *Bacillus* spp. *Applied & Environmental Microbiology*, 2010, Vol. 76, No. 13, pp. 4402–4412. DOI: <https://doi.org/10.1128/aem.02976-09>.
18. Moré, J. J. The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory. In: Watson, G.A. (eds) *Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics*, 1978, Vol. 630. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 105–116. <https://doi.org/10.1007/BFb0067700>.
19. Nocedal, J., Wright, S. *Numerical Optimization*. Second Edition. Springer Verlag, New York, 2006, XXII, 664 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5>.
20. Matsumoto, M., Nishimura, T. Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulations*, 1998, Vol. 8, Iss. 1, p. 3–30. DOI: <https://doi.org/10.1145/272991.272995>.
21. Kavesh, A., Bakhshpoori, T. *Metaheuristics: Outlines, MATLAB Codes and Examples*. Springer, 2019, XII, 190 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-04067-3>.
22. Socha, K., Dorigo, M. Ant colony optimization for continuous domains. *European Journal of Operational Research*, 2008, Vol. 185, Iss. 3, pp. 1155–1173. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.046>.
23. Zhao, W., Wang, L., Zhang, Z. Artificial ecosystem-based optimization: a novel nature-inspired meta-heuristic algorithm. *Neural Computing and Applications*, 2020, Vol. 32, Iss. 13, pp. 9383–9425. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-019-04452-x>.
24. Mirjalili, S., Lewis, A., Sadiq, A. S. Autonomous Particles Groups for Particle Swarm Optimization. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2014, Vol. 39, Iss. 6, pp. 4683–4697. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13369-014-1156-x>.
25. Mirjalili, S. The Ant Lion Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 2015, Vol. 83, pp. 80–89. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2015.01.010>.
26. Abualigah, L., Younsri, D., Elaziz, M. Abd, Ewees, A., Al-qaness, M. A. A., Gandomi, A. H. Aquila Optimizer: A novel meta-heuristic optimization algorithm. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, Vol. 157, pp. 1–59. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2021.107250>.
27. Yang, Xin-She. *Optimization Techniques and Applications with Examples*. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, 2018, 384 p. ISBN 978-1-119-49062-3.
28. Simon, D. Biogeography-Based Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, Vol. 12, No. 6, pp. 702–713. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2008.919004>.
29. Pham, Q. T., Pham, D. T., Castellani, M. A. modified bees algorithm and a statistics-based method for tuning its parameters. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2012, Vol. 226, Iss. 3, pp. 287–301. DOI: <https://doi.org/10.1177/0959651811422759>.
30. Pham, D. T., Castellani, M. The bees' algorithm – modelling foraging behaviour to solve continuous optimization problems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2009, Vol. 223, Iss. 12, pp. 2919–2938. DOI: <https://doi.org/10.1243/09544062JMES1494>.
31. Passino, K. M. Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control. *IEEE control systems magazine*, 2002, Vol. 22, Iss. 3, pp. 52–67. DOI: [DOI: 10.1109/MCS.2002.1004010](https://doi.org/10.1109/MCS.2002.1004010).
32. Boucekara, H. R. E. H. Optimal power flow using black-hole-based optimization approach. *Applied Soft Computing*, 2014, Vol. 24, pp. 879–888. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.056>.
33. Brownlee, J. *Clever Algorithms: Nature-Inspired Programming Recipes*. Lulu, 2011, 436 p. ISBN 978-1-4467-8506-5.
34. Talatahari, S., Azizi, M. Chaos Game Optimization: a novel metaheuristic algorithm. *Artificial Intelligence Review*, 2021, Vol. 54, pp. 917–1004. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10462-020-09867-w>.
35. Castro de, L. N., Zuben Von, F. J. Learning and optimization using the clonal selection principle. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, Vol. 6, No. 3, pp. 239–251. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2002.1011539>.
36. Pierzan, J., Coelho, L. Dos Santos. Coyote Optimization Algorithm: A New Metaheuristic for Global Optimization Problems. 2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), 2018, pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEC.2018.8477769>.
37. Clerc, M., Kennedy, J. The particle swarm – explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, Vol. 6, No. 1, pp. 58–73. DOI: <https://doi.org/10.1109/4235.985692>.
38. Mirjalili, S. Dragonfly algorithm: a new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete and multi-objective problems. *Neural Computing and Applications*, 2016, Vol. 27, Iss. 4, pp. 1053–1073. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-015-1920-1>.
39. Storn, R., Price, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 1997, Vol. 11, Iss. 4, pp. 341–359. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>.
40. Liu, H., Cai, Z., Wang, Y. Hybridizing particle swarm optimization with differential evolution for constrained numerical and engineering optimization. *Applied Soft Computing*, 2010, Vol. 10, Iss. 2, pp. 629–640. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.08.031>.
41. Ponce, P., Gutiérrez, A. M., Ramírez-Mendoza, R. A., Méndez, E., Ortiz, A., Balderas, D. A Practical Approach to Metaheuristics using LabVIEW and MATLAB. Chapman & Hall/CRC, 2020, 186 p. ISBN 9780367337049.
42. Faramarzi, A., Heidarinejad, M., Stephens, B. Mirjalili, S. Equilibrium optimizer: A novel optimization algorithm. *Knowledge-Based Systems*, 2020, Vol. 191, 105190. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knsys.2019.105190>.
43. Yang, Xin-She. Firefly Algorithm, Lévy Flights and Global Optimization. In: Bramer, M., Ellis, R., Petridis, M. (eds) *Research and Development in Intelligent Systems XXVI*. Springer, London, UK, 2010, pp. 209–218. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-84882-983-1_15.
44. Chen, Z.-Q., Wang, R.-L. An efficient real-coded genetic algorithm for real-parameter optimization. In: 2010 Sixth International Conference on Natural Computation, 2010, pp. 2276–2280. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICNC.2010.5584209>.
45. Yiyi, Zhang; Zhigang, Jin; Mirjalili, S. Generalized normal distribution optimization and its applications in parameter extraction of photovoltaic models. *Energy Conversion and Management*, 2020, Vol. 224, 113301. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.113301>.
46. Saremi, S., Mirjalili, S., Lewis, A. Grasshopper Optimization Algorithm: Theory and Application. *Advances in Engineering Software*, 2017, Vol. 105, pp. 30–47. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2017.01.004>.
47. Coelho, L. Dos Santos. Gaussian quantum-behaved particle swarm optimization approaches for constrained engineering design problems. *Expert Systems with Applications*, 2010, Vol. 37, Iss. 2, pp. 1676–1683. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.06.044>.





48. Xiang, Y., Sun, D. Y., Fan, W., Gong, X. G. Generalized simulated annealing algorithm and its application to the Thomson model. *Physics Letters A*, 1997, Vol. 233, Iss. 3, pp. 216–220. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(97\)00474-X](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(97)00474-X).
49. Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., Lewis, A. Grey wolf optimizer. *Advances in Engineering Software*, 2014, Vol. 69, pp. 46–61. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>.
50. Askari, Q., Saeed, M., Younas, I. Heap-based optimizer inspired by corporate rank hierarchy for global optimization. *Expert Systems with Applications*, 2020, Vol. 161, 113702. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113702>.
51. Heidari, A. A., Mirjalili, S., Faris, H., Aljarah, I., Mafarja, M., Chen, H. Harris hawks optimization: Algorithm and applications. *Future Generation Computer Systems*, 2019, Vol. 97, pp. 849–872. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.future.2019.02.028>.
52. Nadimi-Shahraki, M. H., Taghian, S., Mirjalili, S. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems. *Expert Systems with Applications*, 2021, Vol. 166, pp. 1–37. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113917>.
53. Zhang, J., Sanderson, A. C. JADE: Adaptive Differential Evolution With Optional External Archive. In: *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 2009, Vol. 13, No. 5, pp. 945–958. DOI: <http://doi.org/10.1109/TEVC.2009.2014613>.
54. Parsopoulos, K. E., Vrahatis, M. N. Particle Swarm Optimization and Intelligence. *Advances and Applications*. IGI Global, 2010, 328 p. DOI: 10.4018/978-1-61520-666-7.
55. Mehrabian, A.R., Lucas, C. A novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization. *Ecological Informatics*, 2006, Vol. 1, Iss. 4, pp. 355–366. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecoinf.2006.07.003>.
56. Venkato Rao, R. Jaya: A simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2016, Vol. 7, No. 1, pp. 19–34. DOI: <https://doi.org/10.5267/J.IJIEC.2015.8.004>.
57. Villuendas-Rey, Y., Velázquez-Rodríguez, J. L., Alanis-Tamez, M. D., Moreno-Ibarra, M.-A., Yáñez-Márquez, C. Mexican Axolotl Optimization: A Novel Bioinspired Heuristic. *Mathematics*, 2021, Vol. 9, No. 7, 781. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9070781>.
58. Faramarzi, A., Heidarinejad, M., Mirjalili, S., Gandomi A. H. Marine Predators Algorithm: A nature-inspired metaheuristic. *Expert Systems with Applications*, 2020, Vol. 152, 113377. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113377>.
59. Zhao, W., Zhang, Z., Wang, L. Manta ray foraging optimization: An effective bio-inspired optimizer for engineering applications. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020, Vol. 87, 103300. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.103300>.
60. Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., Hatamlou, A. Multi-Verse Optimizer: a nature-inspired algorithm for global optimization. *Neural Computing and Applications*, 2016, Vol. 27, Iss. 2, pp. 495–513. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-015-1870-7>.
61. Gálvez, J., Cuevas, E., Hinojosa, S., Avalos, O., Pérez-Cisneros, M. A reactive model based on neighborhood consensus for continuous optimization. *Expert Systems with Applications*, 2019, Vol. 121, pp. 115–141. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.12.018>.
62. Lagarias, J. C., Reeds, J. A., Wright, M. H., Wright, P. E. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 1998, Vol. 9, Iss. 1, pp. 112–147. DOI: <http://doi.org/10.1137/S1052623496303470>.
63. Zhang, J., Xiao, M., Gao, L., Pan, Q. Queuing search algorithm: A novel metaheuristic algorithm for solving engineering optimization problems. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, Vol. 63, pp. 464–490. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.06.036>.
64. Rahnmay Naeini, M., Yang, T., Sadegh, M., AghaKouchak, A., Hsu, K., Sorooshian, S., Duan, Q., Lei, X. Shuffled Complex-Self Adaptive Hybrid Evolution (SC-SAHEL) optimization framework. *Environmental Modelling and Software*, 2018, Vol. 104, pp. 215–235. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2018.03.019>.
65. Duan, Q. Y., Gupta, V. K., Sorooshian, S. Shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1993, Vol. 76, pp. 501–521. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00939380>.
66. Gomes, G. F., da Cunha, S. S., Ancelotti, A. C. A sunflower optimization (SFO) algorithm applied to damage identification on laminated composite plates. *Engineering with Computers*, 2019, Vol. 35, pp. 619–626. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00366-018-0620-8>.
67. Mirjalili, S., Gandomi, A. H., Mirjalili, S. Z., Saremi, S., Faris, H., Mirjalili, S. M. Salp Swarm Algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems. *Advances in Engineering Software*, 2017, Vol. 114, pp. 163–191. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2017.07.002>.
68. Han, J., Yang, C., Zhou, X., Gui, W. A Two-stage State Transition Algorithm for Constrained Engineering Optimization Problems. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2018, Vol. 16, Iss. 2, pp. 522–534. DOI: <http://doi.org/10.1007/978-1-2555-016-0338-6>.
69. Bao, G. Q., Mao, K. F. Particle swarm optimization algorithm with asymmetric time varying acceleration coefficients. In: *2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, 2009, pp. 2134–2139. DOI: <http://doi.org/10.1109/ROBIO.2009.5420504>.
70. Mirjalili, S., Lewis, A. The Whale Optimization Algorithm. *Advances in Engineering Software*, 2016, Vol. 95, pp. 51–67. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008>.
71. Davison, A. C., Hinkley, D. V. *Bootstrap Methods and their Application*. Cambridge University Press, 2006, 582 p. ISBN 0-521-57391-2.
72. Field, A. p. *Discovering Statistics Using SPSS*. 3rd edition. London, SAGE Publications Ltd., 2009, 856 p. ISBN 978-1-84787-906-6. ●

Информация об авторах:

Пастухов Сергей Сергеевич – кандидат экономических наук, ведущий научный сотрудник Научного центра «Экономика комплексных проектов и тарифообразование» АО «ВНИИЖТ», Москва, Россия, pastuhovsergey@bk.ru.

Степашенко Константин Владимирович – старший научный сотрудник Научного центра «Экономика комплексных проектов и тарифообразование» АО «ВНИИЖТ», Москва, Россия, Stelmashenko.Konstantin@vniizht.ru.

Статья поступила в редакцию 15.07.2021, одобрена после рецензирования 17.11.2021, принята к публикации 24.11.2021.