НАУЧНАЯ СТАТЬЯ
УДК 65.012.122, 519.87
DOI: https://doi.org/10.30932/1992-3252-2021-19-3-8

Мир транспорта. 2021. Т. 19. № 3 (94). С. 74–80

Задачи транспортного типа по критерию времени с учётом характеристик применяемых транспортных средств

Николай НЕЧИТАЙЛО

Николай Маркович Нечитайло
Российский университет транспорта, Москва, Россия.
✉ *nechitaylo2007@yandex.ru.*

АННОТАЦИЯ

Постановка классических минимаксных задач транспортного типа предполагает поиск оптимального плана перевозок с учётом только времён доставки ресурсов. Неизбежно возникающие при этом дополнительные затраты на обработку ресурсов в исходных пунктах и в пунктах назначения во внимание, как правило, не принимаются. Такой подход вполне оправдан при несоизмеримости времён доставки ресурсов по имеющимся маршрутам и времён предварительной/последующей обработки ресурсов. В то же время в ряде практических задач временные затраты на погрузку/разгрузку (например, при организации погрузки фасованных минеральных удобрений со складов порта на корабли) могут иметь существенное значение. В подобных ситуациях при поиске оптимального плана перевозок необходимо учитывать не только время движения используемых транспортных средств по установленным маршрутам, но и затраты на погрузочно-разгрузочные операции, учитывая при этом и количество имеющихся транспортных средств и их характеристики, например, грузоподъёмность.

В связи с этим целью исследования является не только разработка метода расчёта оптимального плана перевозок, но и метода распределения транспортных средств с учётом их количества и характеристик

При этом ещё одной не менее важной целью исследования является обоснование применения метода последовательного сокращения невязок с учётом вида целевой функции, учитывающей не только основные параметры классических минимаксных задач транспортного типа, но и количественные характеристики транспортных средств, привлекаемых к транспортной операции. Принципиально важно, что применение метода последовательного сокращения невязок обуславливает полиномиальную вычислительную сложность алгоритма, что делает возможным его применение при оперативном решении задач практической размерности.

Для решения задачи распределения имеющихся транспортных средств по исходным пунктам с учётом грузоподъёмности транспортных средств предложено использовать метод динамического программирования. Рассмотрен иллюстративный пример распределения средств доставки, адаптированный для применения в MS Excel.

Ключевые слова: *транспортная задача, критерий минимума времени, затраты на обработку, грузоподъёмность.*

Для цитирования: *Нечитайло Н. М. Задачи транспортного типа по критерию времени с учётом характеристик применяемых транспортных средств // Мир транспорта. 2021. Т. 19. № 3 (94). С. 74–80. DOI: https://doi.org/10.30932/1992-3252-2021-19-3-8.*

Полный текст статьи на английском языке публикуется во второй части данного выпуска.
The full text of the article in English is published in the second part of the issue.

ВВЕДЕНИЕ

В минимаксных задачах транспортного типа [1–3] не учитывается время на погрузочно-разгрузочные операции. В статье предлагается учитывать потери времени не только на доставку ресурсов, но и при погрузке/разгрузке ресурсов в исходных пунктах и в пунктах назначения. При этом будем считать, что затраты времени на обработку ресурсов имеют линейную зависимость от количества ресурсов, направляемых по каждому из имеющихся маршрутов. Также следует учитывать как наличие привлекаемых транспортных средств, так и их характеристики, например, грузоподъёмность. Такая постановка задачи имеет сходство с классической линейной транспортной задачей [4], с задачами с минимаксной целевой функцией [5; 6] и с задачами с фиксированными доплатами [7–9], решение которых при линеаризации целевой функции приводит к существенным погрешностям, а поиск точного решения комбинаторными методами определяет неприемлемую (экспоненциальную) вычислительную эффективность. Минимаксный же характер показателя качества управления рассматриваемой задачи делает возможным решение общей задачи как совокупности подзадач о максимальном транспортном потоке [8; 10; 11]. При этом поскольку центральное место в предлагаемом алгоритме занимает метод последовательного сокращения невязок с полиномиальной вычислительной сложностью [3], вычислительная сложность предлагаемого алгоритма будет иметь ту же вычислительную сложность [8; 12; 13]. Отсюда следует вывод о применимости предлагаемого алгоритма в задачах с достаточно большим количеством переменных. Следует отметить, что подход, основанный на последовательном уменьшении размерности задачи [14], приводит, как правило, к решениям, далёким от оптимальных. А решавшиеся ранее задачи, связанные с обработкой ресурсов в пунктах назначения [15; 16], всё же не учитывали ни количество имеющихся транспортных средств, ни необходимость их оптимального распределения по используемым маршрутам. В качестве ещё одного аргумента в пользу актуальности рассматриваемой в статье задачи следует указать, что изучение моделей транспортного типа, в том числе и временн***ы***х затрат на погрузочно-разгрузочные операции, и, как частный случай, временн***ы***х затрат в пунктах промежуточной обработки, по-прежнему привлекает пристальное внимание исследователей [17; 18].

Целью исследования является разработка метода расчёта оптимального плана перевозок и метода распределения транспортных средств с учётом их количества и характеристик.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть имеется m исходных пунктов с ресурсами a_i $(i = 1 \dots m)$ и n пунктов назначения с потребностями b_j $(j = 1 \dots n)$. Условием допустимости плана перевозок $\|x_{ij}\|$ $(i = 1 \dots m, j = 1 \dots n)$ является выполнение обычных для линейной транспортной задачи ограничений:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i,\ i = 1 \dots m; \\ &\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j,\ j = 1 \dots n; \\ &x_{ij} \ge 0,\ i = 1 \dots m; j = 1 \dots n \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где a_i – объём ресурса в A_i;

b_j – потребности B_j;

x_{ij} – количество единиц ресурса на маршруте $A_i \to B_j$.

Решение будет оптимальным при достижении функцией $F(x_{ij})$ минимума:

$$F(x_{ij}) = \max f(x_{ij}),\ i = 1 \dots m, j = 1 \dots n, \qquad (2)$$

где:

$$f(x_{ij}) = \begin{cases} t_{ij} + (t'_i + t''_j) x_{ij}, & если\ x_{ij} > 0, \\ 0, & если\ x_{ij} = 0; \end{cases} \qquad (3)$$

t_{ij} – время движения из A_i в B_j;

t'_i – потери на погрузку (обработку) единицы ресурса в A_i;

t''_j – потери на разгрузку (обработку) единицы ресурса в B_j.

В качестве предварительного шага нужно вычислить нижнюю границу целевой функции. Затем, используя найденное значение нижней границы F_n, вычислить d_{ij} $(i = 1 \dots m, j = 1 \dots n)$ и попытаться разместить отличные от нуля x_{ij} только по «разрешённым» маршрутам. Для решения предлагается использование метода Эгервари [7; 8], так как в этом случае будет отсутствовать требование сбалансированности ресурсов и потребностей. Кроме того, венгерский метод некритичен к появлению вырожденности, от которой можно впоследствии избавиться на

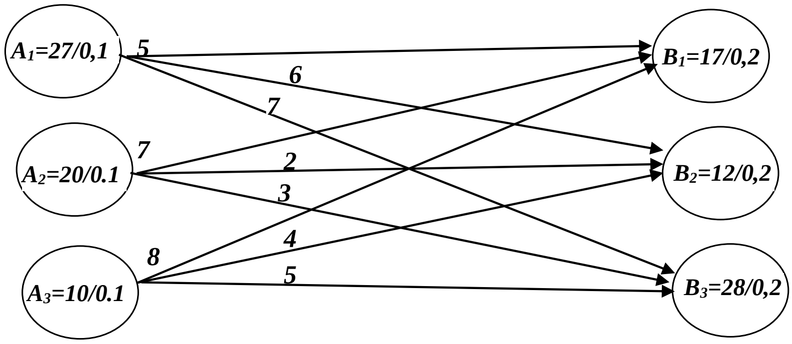

Рис. 1. Сеть иллюстративного примера [3].

Таблица 1

Пропускные способности маршрутов при F_n = 10,1 [3]

	b_1	b_2	b_3
a_1	5 17	6 12	7 9
a_2	7 10	2 12	3 10
a_3	8 7	4 10	5 10

этапе анализа полученного оптимального решения.

В случае успешного размещения ненулевых перевозок по маршрутам, в которых $F \le F_n$ (либо остаток ресурсов в исходных пунктах равен нулю, либо удовлетворены все потребности), оптимальное решение найдено. Если это не так, то необходимо минимально нарастить пропускные способности маршрутов за счёт увеличения (сколь угодно малого) значения нижней границы. После выполнения указанной процедуры следует пересчёт пропускных способностей и повторение процедуры наращивания потока в сети. В случае безуспешного размещения ненулевых перевозок по доступным маршрутам следует повторно нарастить пропускные способности маршрутов и пересчитать пропускные способности и так далее. Для иллюстрации алгоритма расчёта F_n воспользуемся иллюстративным примером (рис. 1 и табл. 2). Над рёбрами графа проставлены значения времён доставки ресурсов между пунктами. Этот же смысл имеют данные в правых верхних углах ячеек табл. 1. Количество имеющихся ресурсов в пунктах A_i и величина потребностей пунктов B_j – цифры в центрах окружностей. Времена обработки единицы ресурса указаны как знаменатели.

Исходя из представленных выше ограничений (2, 3), следует расчёт F_n:

$$F_n = max_i\{min_j\left[t_{ij} + min_j\left(a_i, b_j\right)\left(t'_i + t''_j\right)\right]\}. \qquad (4)$$

В соответствии с (4) $F_n = t_{11} + b_1(t'_1 + t''_1) = 10{,}1$.

Исходя из полученного значения, рассчитаем пропускные способности и проставим их в нижней части ячеек табл. 1.

Чтобы сократить заведомо бесперспективные шаги алгоритма, имеет смысл уточнить F_n. Сокращение числа шагов может быть достигнуто путём вычисления пропускных способностей по правилу:

$$d_{ij} = \begin{cases} min_{i,j}\left[a_i, b_j, (F_n - t_{ij})div\left(t'_i + t''_j\right)\right], если\, t_{ij} \le F_n; \\ 0, если\, t_{ij} \le F_n, \end{cases} \qquad (5)$$

где d_{iv} – операция деления с отбрасыванием остатка.

Возможность получения допустимого решения (удовлетворяющего всем ограничениям) обеспечивается справедливостью условий:

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{j=1}^{n} d_{ij} \ge a_i,\ i = 1 \dots m; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} d_{ij} \ge b_j,\ j = 1 \dots n. \end{array}\right\}. \qquad (6)$$

Если не будет выполняться любое из неравенств (6), то следует вывод либо о невозможности вывоза ресурсов из какого-то исходного пункта, либо о невозможности доставки необходимого количества ресурсов до одного или нескольких пунктов назначения. В такой ситуации следует процедура наращивания нижней границы функции. Опираясь на уточнённое значение F_n, вновь проводится расчёт пропускных способностей маршрутов в соответствии с (5) и снова проверяется справедливость условий (6).

Если установленные d_{ij} делают возможным вывоз ресурсов из всех исходных пунк-

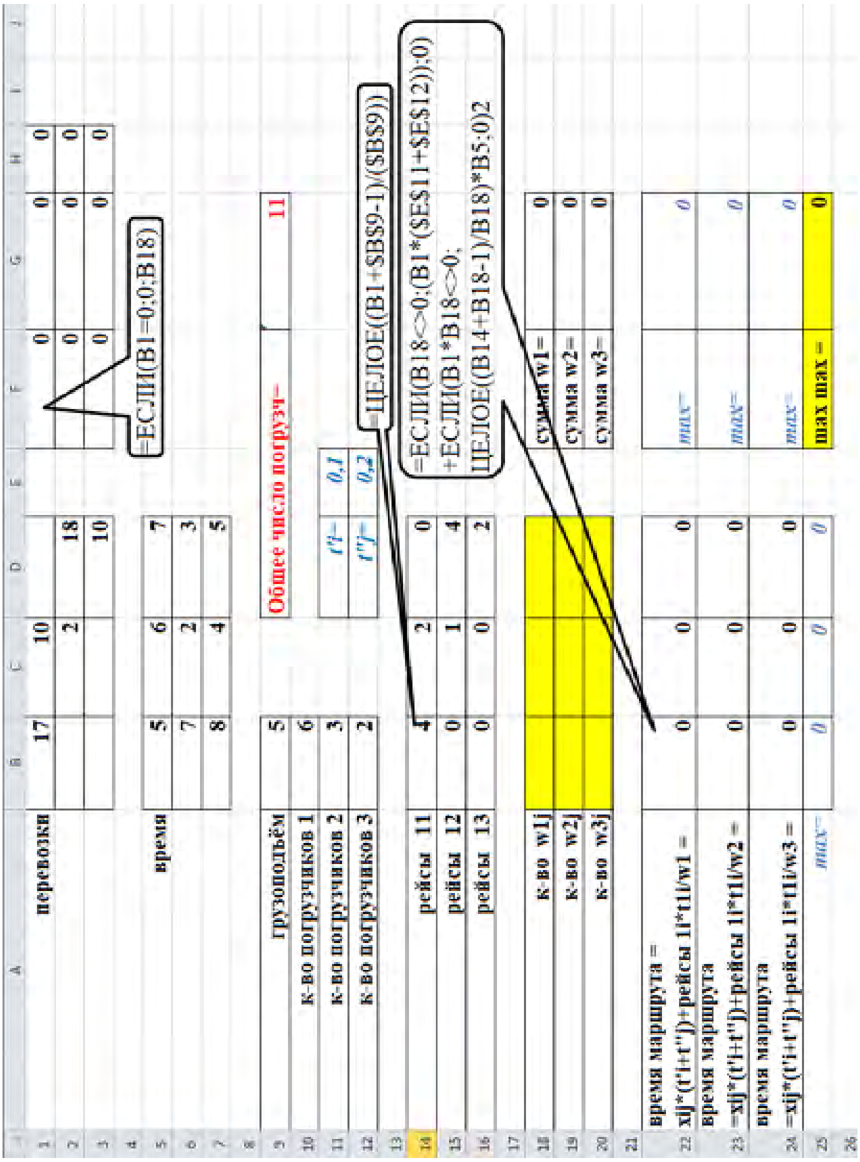

Рис. 2. Оптимальный план без учёта количества и характеристик имеющихся транспортных средств (выполнено автором).

тов и доставку во все конечные пункты, то осуществляется переход к следующему этапу решения – составлению исходного плана, в котором величины перевозок x_{ij} определяются формулой:

$$x_{ij} = min_{ij}(a'_i, b'_j, d_{ij}), \qquad (7)$$

где a'_i, b'_j – ресурсы и потребности соответствующих исходных пунктов и пунктов назначения с учётом уже назначенных перевозок.

План перевозок, полученный в соответствии с (7), представлен в табл. 2, где в верхней части ячеек содержатся времена движения по соответствующим маршрутам, а ниже – собственно значения x_{ij}.

Таблица 2

Исходный план примера [3]

	b_1	b_2	b_3
a_1	5 17	6 10	7
a_2	7	2 2	3 18
a_3	8	4	5 10

Полученный план является решением задачи. При ложности этого утверждения необходимо перейти к процедуре наращива-

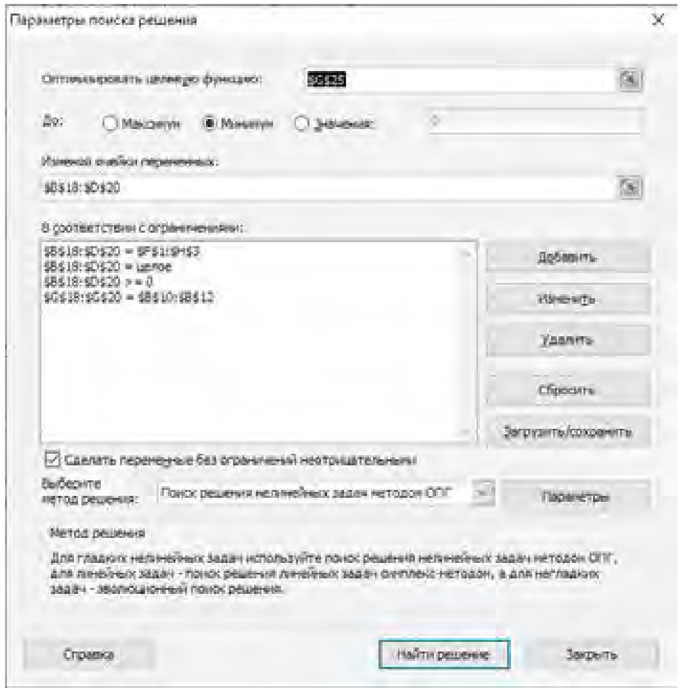

Рис. 3. Заполненное диалоговое окно (выполнено автором).

ния транспортного потока, наращиванию при необходимости F_n и т.д. [3; 7; 8].

План транспортировки в табл. 2 ($F(x_{ij})$ = 10,1) является оптимальным в предположении, что ресурсы, назначенные к перевозке по любому из рассматриваемых маршрутов, перевозятся за один рейс, то есть, что и количество транспортных средств в каждом исходном пункте, и грузоподъёмность этих транспортных средств не ниже существующих потребностей. В связи с этим определённый интерес представляет задача реализации ранее разработанного оптимального плана с учётом количества имеющихся в исходных пунктах транспортных средств и их грузоподъёмности.

В этом случае количество рейсов по каждому маршруту может быть рассчитано по формуле:

$$l_{ij} = (x_{ij} + q_i - 1)\ div\ q_i, \tag{8}$$

где q_i – грузоподъёмность i-го транспортного средства.

При этом время каждого маршрута рассчитывается по формуле:

$$F^{'}(w_i) = \begin{cases} (l_{ij}t_{ij} + w_i - 1)/w_i + x_{ij}\left(t^{'}_i + t''_j\right), если\, l_{ij} \neq 0; \\ 0.\, если\, l_{ij} = 0, \end{cases} \tag{9}$$

при ограничении $\sum_{i=1}^{m} w_i \leq W$,

где w_i – количество транспортных средств в i-м исходном пункте;

W – общее количество транспортных средств.

Задача заключается в определении значений переменных w_i, при которых:

$$F(w_i) = max_i F'(w_i) \rightarrow min(i = 1 \dots m). \tag{10}$$

Ввиду характера целевой функции (10), вполне очевидно, что решение может быть найдено комбинаторными методами, например, методом динамического программирования. В то же время следует обратить внимание, что в задачах практической размерности вполне применимы процедуры, заложенные в MS Excel.

В настоящее время при решении оптимизационных задач могут применяться либо программы на языках программирования высокого уровня, либо распространённые математические пакеты (например, MathCad), либо программы общего назначения (например, электронные таблицы).

Основной недостаток программ первого типа – разработчики подобных программ являются лицами, ориентированными, прежде всего, на разработку эффективных алгоритмов сформулированных задач [3]. Такие программы имеют высокую вычислительную эффективность. При их использова-

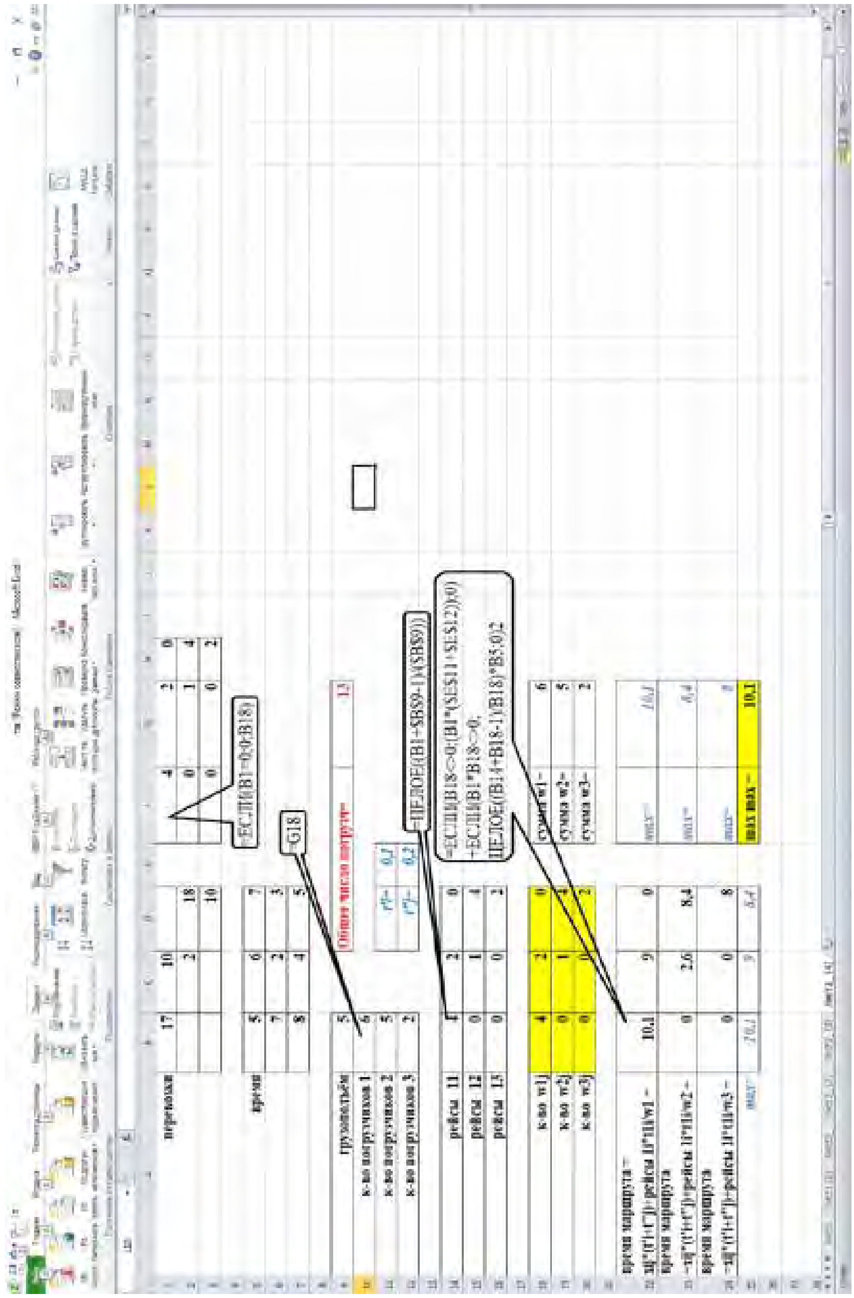

Рис. 4. Результат выполнения команды «Поиск Решения» (выполнено автором).

нии математическая формулировка задачи не требуется, так как уже выполнена в ходе разработки алгоритма. Пользователю лишь требуется ввести исходные данные. При этом пользовательский интерфейс таких программ является не проработанным и понятен только узкому кругу специалистов.

Распространённые математические пакеты потребуют задачу формализовать, что подразумевает определённый уровень математической подготовки пользователя. Кроме того, решение оптимизационных задач в таких пакетах может привести к решению ряда составляющих подзадач [2; 7; 8].

Программы общего назначения (например, электронные таблицы) обладают продуманным интерфейсом. Широкий спектр действия заложенных в них алгоритмов приводит к серьёзному ухудшению вычислительной эффективности [3].

В этой связи ниже рассмотрено использование MS Excel для решения сформулированной задачи. Более широкий круг оптимизационных задач, решаемых в среде MS Excel (основная задача линейного программирования, задача о ранце, задача о распределении ресурсов и др.), рассмотрен в [2].

На рис. 2 представлен найденный оптимальный план иллюстративного примера без учёта количества и характеристик имеющихся транспортных средств. Для реализации этого плана с учётом имеющихся транспортных средств и их характеристик, например, грузоподъёмности, предлагается в задачах малой размерности применить команду «Поиск Решения» MS Excel.

На рис. 3 представлено заполненное диалоговое окно команды «Поиск Решения», а на рис. 4 – результат её исполнения.

ВЫВОДЫ

Вычислительная сложность предлагаемого алгоритма поиска оптимального плана перевозок не выше полиномиальной, что делает возможным его применение в решении задач практической размерности.

Процедура оптимального распределения имеющихся в распоряжении лица, принимающего решение, транспортных средств формализована для решения задач небольшой размерности с применением MS Excel.

Разработанная процедура оптимального распределения транспортных средств может быть программно реализована одним из комбинаторных методов, например, методом динамического программирования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука; ГРФМЛ, 1988. – 552 с.

2. Золотухин В. Ф., Мартемьянов С. В., Нечитайло Н. М., Прокопец В. Н. Моделирование систем: Учеб. пособие. – М.: МО РФ, РВИРВ. – 2000. – 164 с.

3. Нечитайло Н. М. Математические модели транспортного типа по критерию времени: Монография. – Ростов н/Д: РГУПС, 2007. – 146 с.

4. Вентцель Е. С. Основы теории боевой эффективности и исследования операций. – М.: Военная академия им. Н. Е. Жуковского, 1961. – 563 с.

5. Дроздов А. А., Миронюк В. П., Цыплаков В. Ю. Повышение эффективности системы двухэтапной транспортировки: на примере управления твердыми муниципальными отходами // Инженерный вестник Дона. – 2012. – № 4. [Электронный ресурс]: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1078. Доступ 17.12.2020.

6. Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. – М.: Наука; ГРФМЛ, 1969. – 382 с.

7. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. – М.: Наука; ГРФМЛ, 1969. – 368 с.

8. Триус Е. Б. Задачи математического программирования транспортного типа. – М.: Сов. радио, 1967. – 208 с.

9. Боженюк А. В., Герасименко Е. М. Разработка алгоритма нахождения максимального потока минимальной стоимости в нечеткой динамической транспортной сети // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 1. [Электронный ресурс]: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1583. Доступ 17.12.2020.

10. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука; ГРФМЛ, 1969. – 384 с.

11. Dantzig, G. B. Application of the simplex method to a transportation problem. Activity analysis of production and allocation. Ed T. C. Koopmans, Cowles Commission Monograph, 13, Wiley, New York, 1951, 373 p.

12. Hitchcock, F. L. Distribution of a product from several sources to numerous localities. J. Math. Phys., 1941, 230 p.

13. Нечитайло Н. М. Многоиндексные минимаксные модели транспортного типа и потоковые методы их решения // Математическое моделирование. – 2014. – Том 26. – № 2. – С. 95–107. [Электронный ресурс]: http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jrnid=mm&paperid=3451&what=fullt&option_lang=rus. Доступ 17.12.2020.

14. Ивницкий В. А., Макаренко А. А. Решение транспортной задачи методом последовательного уменьшения её размерности // Мир транспорта. – 2017. – Т. 15. – № 4. – С. 34–41. [Электронный ресурс]: https://mirtr.elpub.ru/jour/article/view/1246/0. Доступ 17.12.2020.

15. Нечитайло Н. М. Модели транспортного типа по критерию времени с обработкой ресурсов в пунктах назначения // Мир транспорта. – 2013. – Т. 11. – № 1. – С. 14–19. [Электронный ресурс]: https://mirtr.elpub.ru/jour/article/view/299. Доступ 17.12.2020.

16. Нечитайло Н. М. Применение минимаксных моделей транспортного типа в СППР на железнодорожном транспорте // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2011. – Т. 18. – Вып. 2. – С. 311–312. [Электронный ресурс]: http://tvp.ru/conferen/vsppm12/kazad016.pdf. Доступ 17.12.2020.

17. Прохоренков А. М., Истратов Р. А. Математическое моделирование управления перегрузочными процессами в морском порту // Мир транспорта. – 2013. – Т. 11. – № 1. – С. 20–28. [Электронный ресурс]: https://mirtr.elpub.ru/jour/article/view/300. Доступ 17.12.2020.

18. Есенков А. С., Леонов В. Ю., Тизик А. П., Цурков В. И. Нелинейная целочисленная транспортная задача с дополнительными пунктами производства и потребления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2015. – № 1. – С. 88–94. [Электронный ресурс]: http://naukarus.com/nelineynaya-tselochislennaya-transportnaya-zadacha-s-dopolnitelnymi-punktami-proizvodstva-i-potrebleniya. Доступ 17.12.2020. ●

Информация об авторе:

***Нечитайло Николай Маркович** – кандидат технических наук, доцент кафедры цифровых технологий управления транспортными процессами Российского университета транспорта, Москва, Россия, nechitaylo2007@yandex.ru.*

Статья поступила в редакцию 17.09.2020, одобрена после рецензирования 23.12.2020, принята к публикации 14.03.2021.