DOI: 10.30932/1992-3252-2019-17-2-16-25
УДК 656.027

О прогнозировании сроков навигации на основе цепей Маркова

Надежда ФИЛИППОВА
Nadezhda A. FILIPPOVA

Вениамин БОГУМИЛ
Veniamin N. BOGUMIL

Владимир БЕЛЯЕВ
Vladimir M. BELYAEV

Филиппова Надежда Анатольевна *— кандидат технических наук, доцент Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ), Москва, Россия.*
Богумил Вениамин Николаевич *— кандидат технических наук, доцент МАДИ, Москва, Россия.*
Беляев Владимир Михайлович *— доктор технических наук, профессор МАДИ, Москва, Россия.*

On Forecasting Navigation Seasons with Markov Chains

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 22)

Транспортная сеть в районах Севера России в основном остаётся сезонной (водные пути, автозимники). Продолжительность навигации на реках составляет в зависимости от природно-климатических условий 110–160 суток, а время эксплуатации автозимников колеблется в пределах 120–210 суток. В этих условиях весьма важную роль играет точность прогноза начала и окончания навигации на северных реках. В статье предложен метод прогнозирования сроков ледовых явлений в зонах судоходных путей сообщения на основе использования математического аппарата цепей Маркова. Дана оценка вероятности точного прогноза с учётом соответствия теореме Байеса и сопутствующих зависимостей.

Ключевые слова: водный транспорт, северная речная навигация, математическая модель, цепи Маркова, теорема Байеса, перевозки грузов, прогноз, относительная вероятность событий.

Повышение температуры воздуха, происходящее в последние десятилетия в глобальном масштабе и на территории Российской Федерации, оказывает влияние на многие природные процессы, в том числе и на гидрологический режим рек [1]. Поскольку наиболее чувствительный к потеплению элемент — ледовый режим, то крайне важным становится выявление многолетних изменений продолжительности ледостава и толщины ледяного покрова. Эти исследования по понятным причинам имеют особое значение для районов Севера Российской Федерации. От изменения сроков начала и окончания ледостава, толщины льда зависит продолжительность действия автозимников, ледовых переправ, а также навигации на реках [2, с. 226]. В этих условиях большое значение имеет чёткая организация и контроль перевозок грузов и пассажиров с использованием современных средств спутниковой навигации и мобильной связи [6–9, 14–17].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом исследования является часть природной системы севера Российской Федерации, показатели состояния которой изменяются, и для описания их изменений предлагается использовать теорию Марковских процессов.

Определение: под системой в рассматриваемом нами случае будем понимать природную систему региона, в более узком смысле – природу водного бассейна с условиями, характеризующими ледовые явления на судоходной реке.

Необходимо ввести понятие состояния системы. Причём состояния, связанного с ледовыми явлениями на реке. Тогда рассматриваемая нами система может находиться в двух состояниях:

1) навигация – идёт процесс перевозки грузов и пассажиров;

2) отсутствие навигации – процесс перевозки грузов и пассажиров не осуществляется.

С этими двумя состояниями сопряжены два случайных события:

• начало навигации;

• окончание навигации.

С данными случайными событиями связаны так называемые ледовые явления на реке. Весной происходят следующие, интересующие нас природные события:

• начало весеннего ледохода;

• окончание весеннего ледохода.

Осенью происходят противоположные по характеру события:

• начало осеннего ледостава;

• окончание осеннего ледостава.

Поскольку каждой календарной дате года соответствует номер дня, который меняется от 1 до 365, мы можем сказать, что с указанными выше случайными событиями связаны случайные величины, соответственно:

• номер дня в году, когда началась навигация;

• номер дня в году, когда закончилась навигация.

Переход в новое состояние системы для весеннего периода приводит к формированию нового фактического номера дня начала навигации в новом сезоне.

Переход в новое состояние системы для осеннего периода приводит к формированию нового фактического номера дня окончания навигации в новом сезоне.

Метеорологические службы в течение десятилетий собирают статистику, касающуюся начала и окончания описанных природных явлений. Чтобы использовать имеющиеся статистические данные для прогнозирования сроков начала и окончания навигации, принимаем следующие допущения:

1. Начало навигации на судоходной реке региона совпадает с датой окончания ледовых явлений весной, которой соответствует фактический номер дня начала навигации.

2. Окончание навигации на судоходной реке региона совпадает с датой начала ледовых явлений осенью, которой соответствует фактический номер дня окончания навигации.

Принятые допущения подтверждаются анализом и сопоставлением данных фактических сроков навигации и указанных сроков ледовых явлений.

В результате для судоходной реки мы имеем две статистические последовательности случайных чисел, упорядоченных хронологически. Эти случайные числа являются номерами календарных дней, соответственно, начала и окончания навигации на судоходной реке, упорядоченных по годам.

Множество возможных значений случайной последовательности для весеннего периода – это всё множество возможных номеров дней начала навигации (совпадающих с множеством дат окончания весенних ледовых явлений) на судоходной реке системы.

Множество возможных значений случайной последовательности для осеннего периода – это всё множество возможных номеров дней окончания навигации (совпадающих с множеством дат начала осенних ледовых явлений) на судоходной реке системы.

Вывод: указанные две последовательности случайных чисел правомерно рассматривать в качестве реализации двух случайных процессов, результаты анализа которых могут быть использованы для формирования сроков начала и окончания навигации на судоходной реке.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Оценим возможность применения теории Марковских процессов к задаче прогнозирования начала навигации. В первую очередь отметим, что день начала навигации формируется один раз в году и в соответствии с принятым допущением совпадает с номером дня окончания ледовых явлений. Отсюда следует, что рассматриваемый процесс можно отнести к случайным процессам с фиксированным временем (сезоном) перехода из состояния в состояние. Множество возможных значений случайной величины также ограничено, поскольку номера дат перехода в ожидаемое состояние являются ограниченным множеством чисел.

Для использования теории Марковских процессов необходимо, чтобы вероятность перехода из одного состояния в другое зависела только от текущего состояния, в котором находится система, и не зависела от траектории, по которой система пришла в это состояние. Анализ имеющихся статистических данных по датам начала и окончания навигации на северных реках показывает, что обозначенная гипотеза выполняется, и, следовательно, теория Марковских процессов применима.

3. ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Назовём упорядоченную в хронологическом порядке последовательность номеров дат открытия навигации случайным процессом «Начало навигации» и покажем, что его можно рассматривать как Марковскую цепь. Обозначим рассматриваемый нами Марковский процесс «Начало навигации» как $U(t_i)$, где t_i – номер дня, когда началась навигации в i-м году, т.е. нижний индекс переменной t будет принимать значение номера года, которому принадлежит значение случайной величины «номер дня». Например, для 1940 года состояние Марковского процесса будет обозначаться как $U(t_{1940})$.

Значением Марковского процесса будет номер дня, в который произошло открытие навигации (окончание ледовых событий) в соответствующем году. Допустим, по данным статистики окончание ледовых событий пришлось на 20 мая. Номер дня 20 мая – «140». Тогда значение Марковского процесса в 1940 году определится как $U(t_{1940}) = 140$, а 21 мая получит значение номера дня «2» и т.д.

Рассматриваемый нами процесс представляет собой формирование упорядоченной совокупности случайных величин, значение которых зависит от фактической даты открытия навигации. Описанный процесс относится к случайным процессам с дискретным временем и дискретным конечным множеством состояний [3, 4].

Пусть в общем случае количество возможных состояний процесса $U(t_i)$ равно n.

Переходы из одного состояния в другое могут происходить только в фиксированный момент времени. В нашем случае – это новый навигационный год, который имеет свой номер, отсчитываемый с начала новой эры: 1, 2,..., k,... Таким образом, мы получаем пошаговый процесс, в котором условный номер года – номер шага системы. Значение номера дня начала навигации обозначим в k-й навигационный год как $S_k(i)$.

В соответствии с принятым определением [3, с. 106], случайная последовательность называется Марковской цепью, если выполняются условия:

1. В любой момент времени t случайная последовательность принимает одно из возможных состояний $S_1, S_2, ..., S_n$,
2. Для каждого шага $k = 1, 2,...$ события $S_1(k), S_2(k), ..., S_n(k)$ несовместны и образуют полную группу событий.
3. Для каждого шага вероятность перехода из любого состояния S_i в любое состояние S_j не зависит от того, когда и как система S оказалась в состоянии S_i.

Выполнение первого условия может быть обеспечено, если момент смены состояния введённого нами случайного процесса $U(t_i)$ совместить с моментом начала навигации в каждом году. Тогда условие, заключающееся в том, что в любой момент времени t процесс может пребывать только в одном состоянии, выполняется. Второе условие также выполняется, поскольку события случайного процесса $U(t_i)$ $i = 1, 2, 3,...$ по определению несовместны и образуют полную группу событий.

В качестве гипотезы (которую мы формулируем по результатам анализа имеющихся данных) предполагаем, что третье условие также выполняется.

Таким образом, случайный процесс $U(t_i)$ «Начало навигации», заключающийся в случайном пошаговом изменении даты начала навигации, считаем Марковской цепью. Множество возможных значений Марковской цепи есть множество возможных номеров дат начала навигации.

Анализ имеющихся данных о начале навигации на северных реках показывает, что процесс можно рассматривать как однородный Марковский, в котором вероятность перехода в другое состояние зависит только от текущего состояния процесса, но не зависит от номера шага (в нашем случае от номера года) [3].

4. ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Исходными данными для определения матрицы переходных вероятностей однородной Марковской цепи служит множество состояний $S_1, S_2,..., S_n$, которые в нашем случае являют собой статистические данные о датах начала навигации на судоходной реке.

Использование условного номера дня вместо даты начала навигации обеспечивает возможность решения двух задач:

1. Построение матрицы переходных вероятностей.
2. Получение объективной оценки вероятности для состояния системы на следующем шаге, исходя из текущего её состояния.

Фактически вторая задача и является задачей формирования прогноза начала навигации в следующем году с использованием информации о дате навигации в текущем году и матрицы переходных вероятностей.

Матрица вероятностей переходов (переходных вероятностей) характеризует вероятности перехода процесса с текущим состоянием S_i в состояние S_j на следующем шаге. Это квадратная матрица (1) с количеством строк и столбцов, равных количеству возможных состояний. Каждая строка матрицы соответствует одному возможному состоянию. Каждый столбец – одному возможному состоянию перехода. Элемент матрицы p_{ij} соответствует вероятности перехода системы из состояния i в состояние j. Физический смысл вероятности p_{ij} означает вероятность начала навигационного периода в следующем календарном году в j-й день года, если в текущем году навигация началась в i-й день.

В общем случае Марковский процесс имеет n возможных состояний, количество которых в нашем случае зависит от количества дат, когда начиналась навигация на судоходной реке в регионе. Поскольку анализ показывает, что вероятности перехода не зависят от номера шага, рассматриваемый нами Марковский процесс является однородным. Таким образом, размерность матрицы будет $n \cdot n$.

Общий вид матрицы переходных вероятностей:

$$P = [p_{ij}] = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ & \dots & & \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

На главной диагонали матрицы (1) стоят вероятности задержки системы в соответствующем состоянии. Так как на каждом шаге система может находиться только в одном из взаимоисключающих состояний, то для любой ненулевой строки матрицы сумма вероятностей p_{ij} будет равна единице:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1\,, \quad (2)$$

где p_{ij} – вероятность перехода системы из состояния i в состояние j на любом шаге.

В соответствии с обозначенным теоретическим подходом [3, 4] прогноз состояния системы оценивается вероятностями возможных состояний системы на следующем $(k + 1)$ шаге, при известном состоянии системы на k-м шаге с использованием модели однородной Марковской цепи. Прогноз может быть рассчитан следующим образом.

Пусть текущее состояние системы равно S_i. Тогда i-я строка матрицы переходных вероятностей $p_{i1}, p_{i2},..., p_{in}$ показывает условные вероятности наступления состояния S_1, $S_{1,...,}$ $S_{n,}$ на следующем шаге, если текущее состояние S_i.

В нашем случае трактовка этих событий такова. Состояние S_i – это номер дня в текущем году, когда началась навигация. Переходные вероятности $p_{i1}, p_{i2},..., p_{in}$ – вероятности того, что в следующем году навигация начнётся в день с номером S_1, $S_2,..., S_n$ соответственно.

5. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ТОЧНОГО ПРОГНОЗА

Такого рода оценка имеет своё значение с точки зрения эффективности самого метода. Для её получения необходимо ввести понятие точного прогноза. Опираясь на уже апробированные зависимости и предположения:

1. Прогноз с использованием аппарата однородных Марковских цепей строится в текущем году для следующего года после начала навигации в текущем году, т.е. после получения информации о фактической дате начала навигации.

2. Будем считать прогноз точным, если фактическая дата начала навигации в следующем году не будет отличаться от прогнозируемой даты более чем на один день.

Пусть система в текущем году находится в состоянии S_i, которое соответствует фактической дате начала навигации в текущем году. Выберем некоторое состояние S_j (оно является датой начала навигации) в качестве прогноза начала навигации в следующем году, исходя из того, что суммарная относительная вероятность перехода из текущего состояния S_i в состояние S_j или в соседние состояния S_{j-1} и S_{j+1} является максимальной. Обозначим состояния перехода для каждого текущего i-го состояния как $S_{j\max}$, $S_{j\max-1}$, $S_{j\max+1}$, а вероятность точного прогноза как $p(\mathrm{F}_{exec})$. Тогда, в соответствии теоремой Байеса [5, с. 42], абсолютная вероятность точного прогноза определится следующим образом:

$$p(F_{exec}) = \sum_{i=1}^{n} \begin{matrix} p(S_i)[p(S_{ij\max\to1}) + \\ + p(S_{ij\max}) + p(S_{ij\max+1})], \end{matrix} \quad (3)$$

где $p(S_i)$ – абсолютная вероятность события S_i; $p(S_{ij\max})$, $p(S_{ij\max-1})$, $p(S_{ij\max-1})$ – относительные вероятности наступления событий (последовательных дат начала навигации в следующем сезоне) с максимальной суммарной относительной вероятностью.

3. Будем считать точность прогноза удовлетворительной, если фактическая дата начала навигации в следующем году

не будет отличаться от прогнозируемой даты более чем на три дня.

Тогда, в соответствии с теоремой Байеса [5], абсолютная вероятность приемлемого прогноза определится следующим образом:

$$p(F_{exec}) = \sum_{i=1}^{n} \begin{matrix} p(S_i)[p(S_{ij\,\max\to 3}) + p(S_{ij\,\max\to 2}) + \\ + p(S_{ij\,\max\to 1}) + p(S_{ij\,\max}) + p(S_{ij\,\max+1}) + \\ + p(S_{ij\,\max+2}) + p(S_{ij\,\max+3})], \end{matrix} \qquad (4)$$

где $p(S_i)$ – абсолютная вероятность события S_i; $p(S_{ij\max})$, $p(S_{ij\max-1})$, $p(S_{ij\max-2})$, $p(S_{ij\max-3})$, $p(S_{ij\max+1})$, $p(S_{ij\max+2})$, $p(S_{ij\max+3})$ – относительные вероятности наступления событий (группы последовательных дат начала навигации в следующем сезоне) с максимальной суммарной относительной вероятностью.

4. Будем считать точность прогноза неудовлетворительной, если фактическая дата начала навигации в следующем году будет отличаться от прогнозируемой даты более чем на три дня.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование теории Марковских случайных процессов позволяет сформировать научно обоснованный прогноз начала речной навигации на Севере РФ в следующем году задолго до возобновления грузового и пассажирского судоходства. Аналогичный подход может быть применён для прогнозирования сроков завершения навигации. Это помогает исключить материальные потери, связанные с неопределённостью периода эксплуатации водных путей в зоне экстремальных природно-климатических условий [11–13]. Проверка метода на реальных данных показала, что точность прогноза и вероятность его осуществления достаточны для эффективной организации и проведения подготовительных работ перед началом очередной навигации на северной судоходной реке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. М., Ефименко Д. Б., Жанказиев С. В. Использование ГИС в технологии диспетчерского управления маршрутизированным транспортом. – М.: МАДИ, 2007. – 72 с.

2. Обязов В. А., Смахтин В. К. Ледовый режим рек Забайкалья в условиях изменяющегося климата // Водные ресурсы. –2014. – № 3. – С. 227–234.

3. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учебник. – 4-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

5. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. – 2-е изд. – М.: Наука, 1970. – 169 с.

6. Власов В. М., Ефименко Д. Б. Координатно-временное и навигационное обеспечение (КВНО) как единая информационная основа автоматизации базовых технологий на транспорте // Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение: Сб. докладов 2-й Всероссийской конференции. – СПб.: ИПА РАН, 2007. [Электронный ресурс]: https://search.rsl.ru/ru/record/01003374619. Доступ 14.02.2019.

7. Власов В. М., Ефименко Д. Б., Богумил В. Н. Информационные технологии на автомобильном транспорте: Учебник для студ. учреждений высш. образования. – М.: Академия, 2014. – 256 с.

8. Власов В. М., Богумил В. Н., Ефименко Д. Б. Применение цифровой инфраструктуры и телематических систем на городском пассажирском транспорте: Учебник. – М.: Инфра-М, 2018. – 352 с.

9. Власов В. М., Мактас Б. Я., Богумил В. Н., Конин И. В. Беспроводные технологии на автомобильном транспорте. Глобальная навигация и определение местоположения транспортных средств: Учеб. пособие. – М.: Инфра-М, 2017. – 184 с.

10. Филиппова Н. А., Беляев В. М. Анализ процесса управления северным завозом в современных рыночных условиях // Грузовое и пассажирское автохозяйство. – 2010. – № 9. – С. 17–20.

11. Филиппова Н. А., Беляев В. М. Адаптивная математическая модель для оптимизации завоза грузов в условиях Севера // Грузовое и пассажирское автохозяйство. – 2013. – № 11. – С. 17–20.

12. Филиппова Н. А. Методология организации и функционирования систем доставки грузов в северные регионы: Монография. – М.: Техполиграфцентр, 2015. – 208 с.

13. Беляев В. М., Филиппова Н. А. Основы организации транспортной системы северных регионов // Мир транспорта. – 2017. – № 1. – С. 162–167.

14. Efimenko D. B., Maksimychev O. I., Ostroukh A. V., Zbavitel P. Yu., Ivakhnenko A. M., Karelina M. Y. Technology of Monitoring and Control Algorithm Design for Earth-Moving Machine. *International Journal of Applied Engineering Research*. – 2016. – Vol. 11. – Iss. 9. – pp. 6430–6434.

15. Efimenko D., Ostroukh A., Nuruev Ya., Zhankaziev S., Moroz D. Automated dispatching control system of the mobile concrete batching plants. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. – Vol. 11. – Iss. 11. – June 2016. – pp. 6733–6737.

16. Bogumil V., Efimenko D. Urban Transport Dispatch Control System Helps to Increase Intelligent Transport Systems Effectiveness. *Proceedings of the 11th European transport congress*. – Prague. – September 19–20, 2013. – pp. 20–25.

17. Bhouri N., Balbo F., Pinson S. An agent-based computational approach for urban traffic regulation. *Progress in Artificial Intelligence*. – 2012. – pp. 139–147. – DOI: 10.1007/s13748–012–0011–0. ●

Координаты авторов: **Филиппова Н. А.** – madizp@mail.ru, **Богумил В. Н.** – v_bogumil@mail.ru, **Беляев В. М.** – belyaev-v@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 06.11.2018, принята к публикации 05.02.2019.