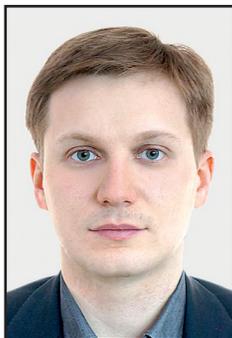


Расчётные зависимости и оценки частот и форм колебаний оболочки котлов цистерн



ЧАН Фу Тхуан
TRAN Phu Thuan

Павел ГРИГОРЬЕВ
Pavel S. GRIGORIEV



Ксения СУВОРОВА
Ksenia E. SUVOROVA

Чан Фу Тхуан – доктор технических наук, профессор, первый заместитель председателя Общества вьетнамских граждан в РФ, Хошимин, Вьетнам.

Григорьев Павел Сергеевич – кандидат технических наук, ассистент РУТ (МИИТ), Москва, Россия.

Суворова Ксения Евгеньевна – аспирант РУТ (МИИТ), Москва, Россия.

Calculated Dependencies and Estimates of Frequencies and Vibration Modes of Shells of Rail Tank Wagons

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 88)

В статье приводится порядок расчёта частот собственных колебаний оболочки котла железнодорожных цистерн с учётом неполного его заполнения жидким грузом. Эта задача актуальна, поскольку она связана с условиями безопасной эксплуатации подвижного состава. В такой постановке решение задачи осуществляется, разумеется, не по готовой кальке. В том числе с использованием гипотез отсутствия кольцевых деформаций сдвига оболочки котлов. Достоверность расчётных результатов подтверждается и экспериментальными данными, полученными в своё время при испытании восьмиосных цистерн.

Ключевые слова: подвижной состав, вагон-цистерна, котёл цистерны, колебания котла цистерны, полубезмоментная теория оболочек, собственные частоты, недолив жидкого груза.

Если выделять суть, то рассматривается вопрос о формировании расчётных зависимостей, позволяющих оценивать частоту и формы собственных колебаний цилиндрических частей котлов железнодорожных цистерн, учитывающих уровень заполнения их жидким грузом, приводятся результаты численных данных, которые сопоставлены с экспериментальными. Предлагаемые расчёты обеспечивают возможные пути оценки напряжённого состояния и прочности оболочки под действием динамических нагрузок.

1.

Для вывода расчётных зависимостей используется энергетический подход к решению задач строительной механики, который при подборе функций, аппроксимирующих перемещения с учётом кинематических граничных условий, приводит к системе уравнений равновесия относительно параметров аппроксимации. Она для задач динамики имеет вид [1]:

$$\{[R] - \omega^2 [M]\} \bar{u} - \bar{P} = 0. \quad (1)$$

В этом уравнении в случае четырёхмерной задачи (для декартовой системы координат трёхмерных составляющих x, y, z и времени t) матрица $[R]$ получается с использованием зависимостей:

$$[R] = \int_0^T \iiint \Phi(x, y, z, t)^T [D] \Phi(x, y, z, t) dt dx dy dz \quad (2)$$

Предполагается, что элементы матрицы, характеризующие поле деформаций упругого узла, меняются во времени по закону $\sin \omega t$. Подсчёт энергии осуществляется в пределах периода $T = 2\pi/\omega$.

$[D]$ – матрица жёсткостных параметров, отражающих материал и геометрические характеристики рассматриваемого узла.

Матрица инерционных характеристик определяется формулой:

$$[M] = \int_0^T \iiint |f(x, y, z, t)|^T [\gamma] |f(x, y, z, t)| dt dx dy dz \quad (3)$$

где $|f(x, y, z, t)|$ – матрица функций, аппроксимирующих поле скоростей, получаемое дифференцированием по времени t поля перемещений $|\psi(x, y, z, t)|$.

Матрица функций $|\psi(x, y, z, t)|$ поля перемещений выбирается так, чтобы отвечать кинематическим граничным условиям, и она является исходной для формирования матрицы функций $|\phi(x, y, z, t)|$. Последняя отражает операции дифференцирования при получении выражений для подсчёта деформаций рассматриваемого узла.

В формуле (3) матрица $[\gamma]$ представляет инерционные параметры узла (масса, моменты и инерции).

В выражении $\sin \omega t$, отражающем характер изменения работы узла во времени, ω – частота собственных колебаний. Собственные колебания будут определяться в том случае, если в уравнении (1) вектор внешних воздействий будет равен нулю. В случае установившихся вынужденных колебаний ω^2 задана и равна частоте внешних воздействий.

Как известно [2], коэффициенты матриц $[R]$ и $[M]$ получаются в результате минимизации потенциальной и кинетической энергии по параметрам аппроксимации u_{mn} рассматриваемого упругого узла, находящегося под воздействием нагрузки \vec{P} :

$$\vec{P} = \int_0^T \iiint |\vec{q}|^T |\psi(x, y, z, t)| dt dx dy dz \quad (4)$$

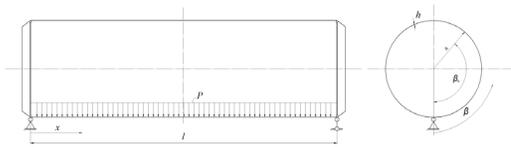


Рис. 1. Расчётная схема цилиндрической части оболочки котла.

где $|\vec{q}|^T$ – вектор нагрузок, элементами которых являются внешние нагрузки, ориентированные по компонентам поля перемещений.

В соответствии с поставленной ранее задачей возникает необходимость выбрать вариант теории оболочек, обеспечивающий достаточно приемлемые для инженерных задач результаты без затрат больших расчётных ресурсов.

Из научной литературы [3] следует, что для этих целей хорошо подходит полубезмоментная теория оболочек [4]. В ней при определённых условиях, связанных с особенностями аппроксимации поля перемещений для цилиндрической оболочки, в расчётной схеме которой применяется опирание на идеальные диафрагмы (рис. 1), можно выбрать в качестве разрешающего одно из трёх перемещений w, v, u – соответственно радиального, тангенциального и продольного.

Используя гипотезы отсутствия кольцевых деформаций сдвига срединной поверхности оболочки, через одно перемещение можно выразить два других. В нашем случае (как представляется) в качестве разрешающего целесообразно принять перемещение u :

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} u_{mn} \cos \lambda x \cos n\beta \sin \omega t \quad (5)$$

где u_{mn} – искомые коэффициенты ряда (т.е. вышеперечисленные параметры аппроксимации);

$$\lambda = \frac{m\pi x}{l},$$

где m – номер гармоники разложения перемещений в ряд по длине цилиндрической части оболочки котла; l – длина оболочки цилиндрической части котла; n – номер члена ряда разложения по дуге поперечного сечения.

Такой выбор учитывает кинематические граничные условия – отсутствие продольного перемещения в среднем сечении ци-



**Расчётные значения частот колебаний для разных форм m и n
в зависимости от угла налива β_n**

m	n	$\beta_n = 180$	$\beta_n = 157$	$\beta_n = 90$	$\beta_n = 0$
1	2	2,85	3,643	5,902	11,438
	3	2,665	3,198	6,098	10,694
	4	4,302	4,916	9,435	17,264
	5	6,565	7,413	14,967	26,709
	6	9,569	10,632	21,174	38,402
2	2	10,561	13,498	21,868	42,38
	3	5,277	6,333	12,074	21,175
	4	5,008	5,723	10,983	20,095
	5	6,854	7,634	15,414	27,506
	6	9,636	10,706	21,322	38,671
3	2	23,393	29,899	48,44	93,874
	3	10,829	12,996	24,779	43,455
	4	7,317	8,362	16,048	29,362
	5	7,658	8,529	17,221	30,731
	6	9,923	11,025	21,957	39,822
4	2	40,905	52,281	84,703	164,151
	3	18,868	22,645	43,175	75,717
	4	11,401	13,029	25,006	45,753
	5	9,489	10,568	21,339	38,079
	6	10,659	11,842	23,585	42,774

линдрической части котла и периодически перемещения по окружности.

2.

Из гипотезы отсутствия сдвига получаем:

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} v_{mn} \sin \lambda x \sin n\beta \sin \omega t, \quad (6)$$

где $v_{mn} = \frac{n}{R\lambda} u_{mn}$.

Из гипотезы отсутствия удлинения контура сечений имеем:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} w_{mn} \sin \lambda x \sin n\beta \sin \omega t, \quad (7)$$

где $w_{mn} = -\frac{n^2}{R\lambda} u_{mn}$.

Применение предложенной аппроксимации перемещений приводит к матрице $[R]$. При выводе формул используется условие ортогональности тригонометрических функций.

$$[R] = \left[\frac{D}{R^5} \frac{\pi l n^2}{2 \lambda^2} + \frac{Bl\pi R}{2} \lambda^2 \right], \quad (8)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жёсткость оболочки котла цистерны;

E – модуль упругости;
 h – толщина оболочки;
 μ – коэффициент Пуассона;

$$B = \frac{Eh}{1-\mu^2} \text{ – продольная жёсткость по-$$

лости единичной ширины.

Следует отметить, что при подсчёте деформаций в рассматриваемом варианте теории оболочек потенциальная энергия зависит от деформации изменения кривизны поперечного сечения оболочки и от деформации продольного удлинения элемента оболочки. И та, и другая деформации в соответствии с использованными гипотезами выражаются через перемещение u , и поэтому матрица $[R]$ имеет один элемент.

В матрице $[M]$ отражается влияние двух перемещений w и u . Предполагается, что движение жидкого груза возбуждается перемещением смачиваемой поверхности котла. Чтобы упростить решение, нами введена гипотеза, согласно которой скорость частиц жидкости соответствует скорости точек на линии контакта слоя со стенками котла.

$$[M] = \left[\frac{\pi l R}{2} \frac{\gamma_{ос} h}{g} \left(\frac{n^4}{R^2 \lambda^2} + 1 \right) + \frac{\gamma_{жс} l}{2g} F \right], \quad (9)$$

где $\gamma_{об}$ — удельный вес материала оболочки;

$\gamma_{ж}$ — удельный вес жидкого груза;

$$F = \int_0^{\beta_n} F_{сеч} \cos^2 n\beta d\beta -$$

параметр, учитывающий уровень налива жидкого груза.

Нами выполнено интегрирование в общем виде, но из-за громоздкости этого выражения в статье оно не приводится. При расчётах мы представляли этот интеграл численно.

Площадь сечения жидкого груза, заполняющего цилиндрическую часть, определяется формулой:

$$F = R^2 \left(\beta_n^2 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_n \right),$$

где β_n — угол заполнения кругового сечения котла жидким грузом. Он отсчитывается как координата β .

Коэффициенты матрицы [M] получают в результате дифференциации кинетической энергии оболочки котла и наполняющего его жидкого груза. В рассматриваемом случае, как и в матрице реакций [R], матрица [M] состоит из одного элемента, представленного в виде двух слагаемых: первое слагаемое отражает кинетическую энергию оболочки, а второе — жидкого груза.

Нами приводится таблица расчётных значений (таблица 1) для разных форм колебаний по окружности n и по образующей цилиндра m для разного β_n . В расчёте берётся оболочка котла восьмиосной цистерны, которая подвергалась испытаниям на экспериментальном кольце Всероссийского научно-исследовательского института железнодорожного транспорта [5].

Анализ результатов показывает, что значения частот расчётных и экспериментальных для котла, полностью заполненного жидкостью, удовлетворительно согласуются. При полном наливе минимальная частота составляет 2,66 Гц при одной волне аппроксимации по длине и трём волнам по окружности; для порожнего котла минимальная частота составляет 10,694 Гц при тех же формах колебаний.

В таблице рассмотрены четыре формы аппроксимации по длине, низшая частота

соответствует четырём волнам n колебаний по окружности.

В отчёте по результатам испытаний котла восьмиосной цистерны указано значение частоты колебаний при полном наливе — 3 Гц.

Подводя итоги проделанной работы, можно сделать вывод, что полученные зависимости позволяют с достаточной точностью оценивать частоты и формы собственных колебаний котлов железнодорожных цистерн с учётом уровня заполнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев П. С., Суворова К. Е. Оценка частот собственных колебаний и динамических напряжений в оболочке котла цистерны // Известия Петербургского государственного университета путей сообщения. — 2017. — Вып. 4. — С. 637–643.

2. Морозова Т. Г. Колебания оболочек котлов цистерн с учётом их конструктивных особенностей / Дис... канд. техн. наук. — М., 1983. — 118 с.

3. Лукин В. В., Анисимов П. С., Котуранов В. Н. и др. Конструирование и расчёт вагонов: Учебник / Под ред. П. С. Анисимова. — М.: УМЦ по образованию на железнодорожном транспорте, 2011. — 688 с.

4. Горшков А. А. Основы теории упругих тонких оболочек: Учеб. пособие. — М.: НИУ МГСУ, 2016. — 231 с.

5. Отчёт по научно-исследовательской работе «Исследования и анализ напряжённого состояния и разработка конструктивных усовершенствований восьмиосной цистерны. Часть II». — Московский институт инженеров железнодорожного транспорта. — М., 1966.

6. Колмогоров Г. Л., Мельникова Т. Е. Вариационные методы в теории пластин и оболочек: Учеб. пособие. — Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. — 41 с.

7. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчётах судовых конструкций. — Л.: Судостроение, 1974. — 344 с.

8. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. — М.: Физматгиз, 1963. — 584 с.

9. Богоряд И. Б. К решению задачи о колебаниях жидкости, частично заполняющей полость, вариационным методом // НИИПММ. — 1962. — Т. 26. № 6. — С. 1122–1127.

10. Chu W. H. Sloshing of Liquids in Cylindrical Tanks of Elliptical Cross-Selection // ARS Journal. — 1960. — Vol. 30. — No. 4. — pp. 360–363.

11. Lindholm U. S., Kana D. D., Abramson H. N. Breathing Vibrations of a Circular Cylindrical Shell with an Internal Liquid // J. Aero Space, Scie. — 1962. — Vol. 29. — No. 9. — pp. 1052–1059.

12. Schramm D., Hiller M., Bardini R. Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation. — 2nd ed. — 2017. — 440 p.

Координаты авторов: **Чан Фу Тхуан** — tranphuthuan@yahoo.com,

Григорьев П. С. — grigorev.p@gmail.com, **Суворова К. Е.** — ya.ksuvorova@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 30.07.2018, принята к публикации 05.09.2018.

