УДК 338.27

Расположение спасательных служб около одностороннего транспортного узла

Сергей ГУСЕВ

Sergey A. GUSEV

Гусев Сергей Анатольевич – управляющий финансового отдела ООО «Стройторги», Москва, Россия.

Siting of Rescue Services near One-Sided Transport Hub

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 214)

При проектировании социальных объектов важно правильно выбрать место их расположения, предусмотреть удобство выполнения ими своих функций на отведённой территории. В работах автора [1–5] исследуются задачи по оптимальному распределению ресурсов, связанных с программами по безопасности движения на транспорте. В работах [7–8] находится оптимальное расположение спасательных служб при нормальном и равномерном распределении транспортных узлов. В публикуемой статье рассматривается односторонний транспортный узел как показательный закон распределения с некоторой интенсивностью. Исследована задача об оптимальном расположении нескольких спасательных служб на магистрали.

Ключевые слова: безопасность, показательный закон распределения, односторонний транспортный узел, экстремум функций переменных, ремонтно-спасательные службы, интенсивность узла.

Для поддержания безопасности и ритмичной работы железнодорожной магистрали необходимо иметь ремонтные и спасательные службы. От размещения ремонтно-спасательных служб зависят затраты на обслуживание, сроки обслуживания, эффективность работы. Разные участки магистрали имеют разные интенсивности размещения транспорта, поэтому участки с большей интенсивностью требуют более частого обслуживания.

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН ДЛЯ ОДНОСТОРОННЕГО УЗЛА

Пусть на магистрали мы имеем транспортный узел T(0), причём он является конечным и начальным пунктом отправления (т.е. началом и концом магистрали). Некоторые составы идут от транспортного узла по выделенной магистрали, а некоторые с неё уходят в каких-то местах. Обозначим через G интенсивность транспортного узла – число вагонов, которые проследовали через него за один год. Предположим, что число вагонов на магистрали около транспортного узла распределено по показательному закону [8] с параметром λ и интенсивностью G (см. рис. 1). Тем самым мы получаем, что число вагонов, которые были на участке *AB* за год:

$$N = G\int_A^B \lambda e^{-\lambda x}dx.$$

Надо разместить несколько спасательных служб на магистрали так, чтобы суммарные затраты на обслуживание были минимальными.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ОДНОЙ СПАСАТЕЛЬНОЙ СЛУЖБЫ

Пусть спасательная служба С размещена в точке с (рис. 2).

Общие затраты спасательной службы С будут пропорциональны:

$$\mathrm{A} = \mathrm{G}\int_0^c (c-x)\lambda e^{-\lambda x}dx + \mathrm{G}\int_c^\infty (x-c)\lambda e^{-\lambda x}dx.$$

Надо найти с, при котором А будет минимальна. Обозначим первый интеграл через A_1, а второй — A_2 и вычислим их отдельно.

$$A_1 = -G\int_0^c (c-x)de^{-\lambda x} =$$

$$-G(c-x)e^{-\lambda x}\Big|_0^c - G\int_0^c e^{-\lambda x}dx = Gc + \frac{Ge^{-\lambda x}}{\lambda}\Big|_0^c =$$

$$= Gc + \frac{G}{\lambda}(e^{-\lambda c} - 1).$$

$$A_2 = -G\int_c^\infty (x-c)de^{-\lambda x} =$$

$$-G(x-c)e^{-\lambda x}\Big|_c^\infty + G\int_c^\infty e^{-\lambda x}dx = \frac{Ge^{-\lambda c}}{\lambda}.$$

$$A = Gc + \frac{G}{\lambda}(2e^{-\lambda c} - 1).$$

$\frac{dA}{d} = G - 2Ge^{-\lambda c} = 0$ или $e^{-\lambda c} = \frac{1}{2}$, отсюда $c = \frac{ln2}{\lambda}$.

При $c = \frac{ln2}{\lambda}$ производная $\frac{dA}{dc} = 0$, при $c > \frac{ln2}{\lambda}$ производная > 0, а при $c < \frac{ln2}{\lambda}$ производная < 0.

Отсюда следует, что $c = \frac{ln2}{\lambda}$ — точка минимума.

Рассмотрим числовой пример применения полученного результата.

Пример 1. Пусть односторонний транспортный узел имеет $1/\lambda = 50$ (км). Для него требуется оптимальным образом разместить одну спасательную службу.

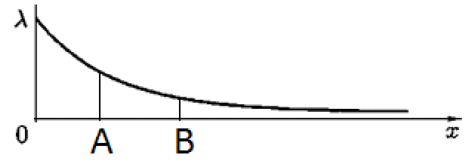

Рис. 1. Показательное расположение транспорта возле транспортного узла.

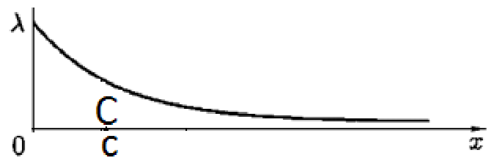

Рис. 2. Расположение спасательной службы на магистрали.

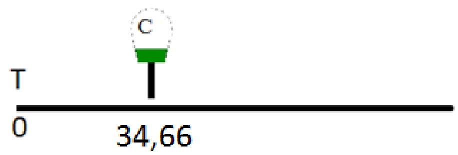

Рис. 3. Оптимальное расположение одной спасательной службы.

Решение. $50 \cdot \ln 2 \approx 34{,}66$, поэтому спасательную службу надо иметь в точке С (34,66 (км)). На рис. 3 схематически изображено расположение спасательной службы.

Замечание. Интенсивность *G* не влияет на результаты, поэтому в дальнейшем положим *G* = 1.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ СПАСАТЕЛЬНЫХ СЛУЖБ

Предположим, что нам нужно оптимально расположить две спасательные службы $C_1(c_1)$ и $C_2(c_2)$ для обслуживания транспортного узла (для определённости предполагаем, что $c_1 < c_2$). На рис. 4 показано схематическое размещение спасательных служб.

Тогда общие затраты спасательных служб $C_1(c_1)$ и $C_2(c_2)$ будут пропорциональны:

$$\mathrm{A} = \int_0^{c_1}(c_1 - x)\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}}(x - c_1)\lambda e^{-\lambda x}dx +$$

$$+ \int_{\frac{c_1+c_2}{2}}^{c_2}(c_2 - x)\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_{c_2}^{\infty}(x - c_2)\lambda e^{-\lambda x}dx.$$

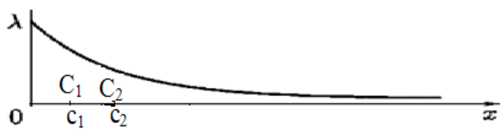

Рис. 4. Расположение спасательных служб.

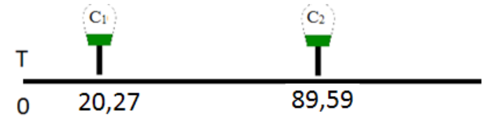

Рис. 5. Оптимальное расположение двух спасательных служб.

Надо найти c_1 и c_2, при этом А будет минимальна. Разобьём интегралы на три группы:

$$A_1 = \int_0^{c_1} (c_1 - x)\lambda e^{-\lambda x} dx = c_1 + \frac{1}{\lambda}(e^{-\lambda c_1} - 1).$$

$$A_3 = \int_{c_2}^{\infty} (x - c_2)\lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda c_2}.$$

$$A_2 = \int_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}} (x - c_1)\lambda e^{-\lambda x} dx + \int_{\frac{c_1+c_2}{2}}^{c_2} (c_2 - x)\lambda e^{-\lambda x} dx =$$

$$=- \int_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}} (x - c_1) de^{-\lambda x} - \int_{\frac{c_1+c_2}{2}}^{c_2} (c_2 - x) de^{-\lambda x} =$$

$$= -(x - c_1)e^{-\lambda x}\Big|_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}} + \int_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}} e^{-\lambda x} dx - (c_2 - x)e^{-\lambda x}\Big|_{\frac{c_1+c_2}{2}\ 1}^{c_2} -$$

$$- \int_{\frac{c_1+c_2}{2}}^{c_2} e^{-\lambda x} dx =$$

$$= -\frac{c_2 - c_1}{2} e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Big|_{c_1}^{\frac{c_1+c_2}{2}} + \frac{c_2 - c_1}{2} e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} + \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Big|_{\frac{c_1+c_2}{2}}^{c_2} =$$

$$= \frac{1}{\lambda}(e^{-\lambda c_1} + e^{-\lambda c_2} - 2e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}}).$$

Итак, для А имеем:

$$A = c_1 + \frac{2}{\lambda}(e^{-\lambda c_1} + e^{-\lambda c_2} - e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}}) - \frac{1}{\lambda}.$$

Запишем необходимое условие экстремума функции двух переменных $A(c_1; c_2)$:

$$\frac{\partial A}{\partial c_1} = 1 - 2e^{-\lambda c_1} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_2} = -2e^{-\lambda c_2} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} = 0.$$

Из второго уравнения имеем:

$-\lambda\frac{c_1 + c_2}{2} = -\lambda c_2 + ln2$, или $\frac{c_2 - c_1}{2} = \frac{ln2}{\lambda}$, или

$$c_2 = c_1 + \frac{2 \bullet ln2}{\lambda}.$$

Подставив в первое уравнение, получим:

$1 - 2e \quad + e^{-\ (c + \frac{ln}{})} = 0$, или $1 - \frac{3}{2}e^{-\lambda c_1} = 0$, отсюда

$$c_1 = \frac{ln\frac{3}{2}}{\lambda}.$$

Подставляя в выражение для c_2, получим:

$$c_2 = \frac{ln6}{\lambda}.$$

Проверим полученную стационарную точку на достаточные условия:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_1^2} = 2\lambda e^{-\lambda c_1} - \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}};$$

В стационарной точке $\frac{\partial^2 A}{\partial c_1^2} = \frac{7}{6}\lambda.$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_2^2} = 2\lambda e^{-\lambda c_2} - \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}};$$

В стационарной точке $\frac{\partial^2 A}{\partial c_2^2} = \frac{1}{6}\lambda.$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_1 \partial c_2} = -\frac{\lambda}{2} e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}};$$

В стационарной точке $\frac{\partial^2 A}{\partial c_1 \partial c_2} = -\frac{1}{6}\lambda.$

Вычислим якобиан:

$$J = \lambda^2 \begin{vmatrix} \frac{7}{6} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{vmatrix} = \frac{1}{6}\lambda^2 > 0.$$

Здесь стационарная точка — экстремальная, т.к. $\frac{\partial^2 A}{\partial c_1^2} > 0$, отсюда следует, что это точка минимума.

Рассмотрим числовой пример применения полученного результата.

<u>Пример 2</u>. Пусть односторонний транспортный узел имеет $1/\lambda = 50$ (км). Для него требуется оптимальным образом разместить две спасательные службы.

<u>Решение</u>. $50 \bullet ln\frac{3}{2} \approx 20,27;\ 50 \bullet ln6 \approx 89,59,$ поэтому спасательные службы надо разместить в точках C_1 (20,27 (км)), C_2 (89,59(км)). На рис. 5 схематически изображено расположение спасательных служб:

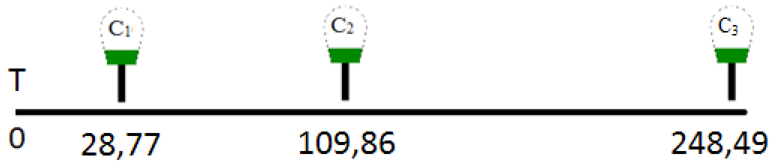

Рис. 6. Оптимальное расположение трёх спасательных служб.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТРЁХ СПАСАТЕЛЬНЫХ СЛУЖБ

Предположим, что нам требуется оптимально расположить три спасательные службы $C_1(c_1)$, $C_2(c_2)$ и $C_3(c_3)$ для обслуживания одностороннего транспортного узла (для определённости предполагаем, что $c_1 < c_2 < c_3$). Произведя аналогичные действия предыдущего раздела, запишем необходимое условие экстремума функции трёх переменных $A(c_1; c_2; c_3)$:

$$\frac{\partial A}{\partial c_1} = 1 - 2e^{-\lambda c_1} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_2} = -2e^{-\lambda c_2} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} + e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_3} = -2e^{-\lambda c_3} + e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}} = 0.$$

Из третьего уравнения имеем:

$-\lambda\frac{c_2+c_3}{2} = -\lambda c_3 + ln2$, или $\frac{c_3-c_2}{2} = \frac{ln2}{\lambda}$, или $c_3 = c_2 + \frac{2 \cdot ln2}{\lambda}$.

Подставив полученное выражение для c_3 во второе уравнение, получим:

$$-2e^{-\lambda c_2} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} + e^{-\lambda(c_2+\frac{\ln 2}{\lambda})} = 0;$$

или

$$-2e^{-\lambda c_2} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} + \frac{1}{2}e^{-\lambda c_2} = 0.$$

Отсюда имеем:

$\frac{c_2-c_1}{2} = \frac{\ln(\frac{3}{2})}{\lambda}$, или $c_2 = c_1 + \frac{2 \cdot \ln(\frac{3}{2})}{\lambda}$.

Подставив полученное выражение для c_2 в первое уравнение и выразив c_1, получим:

$c_1 = \frac{ln\frac{4}{3}}{\lambda}$, отсюда находим $c_2 = \frac{ln3}{\lambda}$, $c_3 = \frac{ln12}{\lambda}$.

Проверим полученную стационарную точку на достаточные условия:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_1^2} = 2\lambda e^{-\lambda c_1} - \frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}};$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_2^2} = 2\lambda e^{-\lambda c_2} - \frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} - \frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}};$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_3^2} = 2\lambda e^{-\lambda c_3} - \frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}};$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_1 \partial c_2} = -\frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}};$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_1 \partial c_3} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial c_2 \partial c_3} = -\frac{\lambda}{2}e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}}.$$

Составим матрицу Гессе (общий множитель λ писать не будем):

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{12} \\ 0 & -\frac{1}{12} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}.$$

Применим критерий Сильвестра $\Delta_1 = 5/4 > 0$;

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5/4 & -1/4 \\ -1/4 & 1/3 \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5/4 & -1/4 & 0 \\ -1/4 & 1/3 & -1/12 \\ 0 & -1/12 & 1/12 \end{vmatrix} > 0.$$

Отсюда следует, что стационарная точка — это точка минимума.

Итак, мы получили окончательный ответ: оптимальные координаты трёх спасательных служб $c_1 = \frac{ln\frac{4}{3}}{\lambda}$, $c_2 = \frac{ln3}{\lambda}$, $c_3 = \frac{ln12}{\lambda}$.

Рассмотрим числовой пример применения полученного результата.

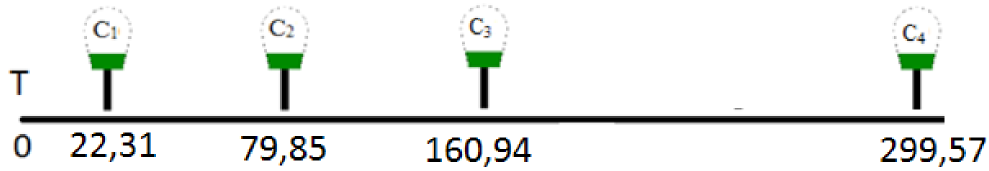

Рис. 7. Оптимальное расположение четырёх спасательных служб.

Пример 3. Пусть односторонний транспортный узел имеет $1/\lambda = 100$ (км). Для него требуется оптимальным образом разместить три спасательные службы.

Решение.

$$100\bullet ln\frac{4}{2} \approx 28{,}77;\ 100\bullet ln3 \approx 109{,}86;\ 100\bullet ln12 \approx 248{,}49,$$

поэтому спасательные службы надо разместить в точках C_1 (28,77 (км)), C_2 (109,86 (км)), C_3 (248,49 (км)). На рис. 6 схематически изображено расположение спасательных служб.

В этом разделе разберём общий случай, т.е. предположим, что нам требуется оптимально расположить *к* спасательных служб $C_1(c_1)$, $C_2(c_2)$, ..., $C_к(c_к)$ для обслуживания одностороннего транспортного узла (для определённости предполагаем, что $c_1 < c_2 < \ldots < c_к$). Произведя аналогичные прежним расчётам действия, запишем необходимое условие экстремума функции *к* переменных $A(c_1; c_2; \ldots, c_к)$:

$$\frac{\partial A}{\partial c_1} = 1 - 2e^{-\lambda c_1} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_2} = -2e^{-\lambda c_2} + e^{-\lambda\frac{c_1+c_2}{2}} + e^{-\lambda\frac{c_2+c_3}{2}} = 0;$$

....

$$\frac{\partial A}{\partial c_{\kappa-2}} = -2e^{-\lambda c_{\kappa-2}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-3}+c_{\kappa-2}}{2}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-2}+c_{\kappa-1}}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_{\kappa-1}} = -2e^{-\lambda c_{\kappa-1}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-2}+c_{\kappa-1}}{2}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-1}+c_{\kappa}}{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial A}{\partial c_{\kappa}} = -2e^{-\lambda c_{\kappa}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-1}+c_{\kappa}}{2}} = 0.$$

Из последнего уравнения имеем:

$$-\lambda\frac{c_{к-1}+c_к}{2} = -\lambda c_к + ln2, \text{ или}$$

$$\frac{c_к - c_{к-1}}{2} = \frac{ln2}{\lambda}, \text{ или } c_к = c_{к-1} + \frac{2\bullet ln2}{\lambda}.$$

Подставив полученное выражение для $c_к$ в предшествующее уравнение, получим:

$$-2e^{-\lambda c_{\kappa-1}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-2}+c_{\kappa-1}}{2}} + e^{-\lambda(c_{\kappa-1}+\frac{\ln 2}{\lambda})} = 0;$$

или

$$-2e^{-\lambda c_{\kappa-1}} + e^{-\lambda\frac{c_{\kappa-2}+c_{\kappa-1}}{2}} + \frac{1}{2}e^{-\lambda c_{\kappa-1}} = 0,$$

Отсюда имеем:

$$\frac{c_{к-1} - c_{к-2}}{2} = \frac{\ln(\frac{3}{2})}{\lambda}, \text{ или}$$

$$c_{к-1} = c_{к-2} + \frac{2\bullet\ln(\frac{3}{2})}{\lambda}.$$

Подставив полученное выражение в уравнение для $\frac{\partial A}{\partial c_{\kappa-2}}$ и выразив $c_{к-2}$, получим: $c_{к-2} = c_{к-3} + \frac{2\bullet\ln(\frac{4}{3})}{\lambda}$.

Продолжая дальше, получим:

$$c_{к-м+1} = c_{к-м} + \frac{2\bullet\ln(\frac{м+1}{м})}{\lambda},\ м = 1,\ 2,\ \ldots,\ \kappa-1.$$

При м = к – 1 имеем:

$$c_2 = c_1 + \frac{2\bullet\ln(\frac{\kappa}{\kappa-1})}{\lambda}.$$

Подставив в первое уравнение, получим:

$$c_1 = \frac{\ln(\frac{\kappa+1}{\kappa})}{\lambda} = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda}.$$

Подставив в выражение для c_2, получим:

$$c_2 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda} + \frac{2\bullet\ln(\frac{\kappa}{\kappa-1})}{\lambda} = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-1)^2})}{\lambda}.$$

Продолжая, получим:

$$c_м = \frac{\ln(\frac{(\kappa\quad)\kappa}{(\kappa-м+1)})}{\lambda},\ м = 1,\ 2,\ \ldots,\ \kappa.$$

Проверим выведенные формулы для уже исследованных вариантов.

Для к = 1 мы имели $c = \frac{ln2}{\lambda}$.

В общем случае $c_1 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda}$, что при к = 1 совпадает с имеющимся результатом.

Для к = 2 мы имели $c_1 = \frac{ln\frac{3}{2}}{\lambda}$, $c_2 = \frac{ln6}{\lambda}$.

В общем случае

$$c_1 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda},\ c_2 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-1)^2})}{\lambda},$$

что при к = 2 совпадает с полученным результатом.

Для к = 3 мы имели

$$c_1 = \frac{ln\frac{4}{3}}{\lambda},\ c_2 = \frac{ln3}{\lambda},\ c_3 = \frac{ln12}{\lambda}.$$

В общем случае

$$c_1 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda},\ c_2 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-1)^2})}{\lambda},$$

$$c_3 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-2)^2})}{\lambda},$$

что при к = 3 совпадает с полученным результатом.

Для применения полученного общего результата разберём числовой пример.

Пример 4. Пусть односторонний транспортный узел имеет 1/λ = 100 (км). Для него требуется оптимальным образом разместить четыре спасательные службы.

Решение. Выпишем в общем случае оптимальные точки:

$$c_1 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{\kappa^2})}{\lambda},\ c_2 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-1)^2})}{\lambda},$$

$$c_3 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-2)^2})}{\lambda},\ c_4 = \frac{\ln(\frac{(\kappa+1)\kappa}{(\kappa-3)^2})}{\lambda}.$$

При к = 4 имеем

$$c_1 = \frac{ln\frac{5}{4}}{\lambda},\ c_2 = \frac{ln\frac{20}{9}}{\lambda},\ c_3 = \frac{ln5}{\lambda},\ c_4 = \frac{ln20}{\lambda}.$$

$$100 \cdot ln\frac{5}{4} \approx 22,31;\ 100 \cdot ln\frac{20}{9} \approx 79,85;$$

$$100 \cdot ln5 \approx 160,94;\ 100 \cdot ln20 \approx 299,57,$$

поэтому спасательные службы надо разместить в точках C_1 (22,31 (км)), C_2(79,85 (км)), C_3 (160,94 (км)), C_4 (299,57 (км)).

На рис. 7 схематически изображено расположение спасательных служб.

Отметим, что проверку на достаточные условия можно не проводить, поскольку из постановки задачи видно, что минимум достигается, а так как было показано, что стационарная точка только одна, следовательно, она и является точкой минимума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье решена задача оптимального размещения нескольких спасательных служб при обслуживании одностороннего транспорта узла. Найдены аналитические формулы для координат спасательных служб. Приведено несколько примеров. Разработанные подходы и схемы могут быть использованы при оптимальном размещении различных объектов (медпунктов, остановок транспорта и т.д.) около конечных пунктов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусев С. А. Теоремы распределения ресурсов // Мир транспорта. – 2010. – № 3. – С. 30–35.
2. Гусев С. А. Функции дохода и профилактика рисков // Мир транспорта. – 2011. – № 3. – С. 88–91.
3. Гусев С. А. Экономические методы управления безопасностью на железнодорожном транспорте // Транспортное дело России. – 2011. – № 2. – С. 110–114.
4. Гусев С. А. Эффективность вложения средств в программы повышения безопасности // Транспортное дело России. – 2011. – № 3. – С. 125–129.
5. Гусев С. А. Линейные и дискретные функции безопасности // Мир транспорта. – 2012. – № 2. – С. 182–185.
6. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
7. Гусев А. И., Гусев С. А. Оптимальное расположение спасательной службы // Мир транспорта. – 2017. – № 4. – С. 194–201.
8. Гусев А. И., Гусев С. А., Милевский А. С. Оптимальное транспортное обслуживание при равномерном распределении объектов // Мир транспорта. – 2017. – № 6. – С. 32–46.

Координаты автора: **Гусев С. А.** – 7781011@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 21.02.2017, актуализирована 15.04.2018, принята к публикации 23.05.2018.