



Формула вычисления возвращающей силы для колёс с криволинейным профилем



Евгений КОРОЛЬКОВ
Evgeny P. KOROLKOV

Анастасия ИВАНОВА
Anastasia A. IVANOVA



Корольков Евгений Павлович — доктор технических наук, профессор Российского университета транспорта (МИИТ), Москва, Россия.

Иванова Анастасия Андреевна — аспирант Российского университета транспорта (МИИТ), Москва, Россия.

Formula for Calculating the Restoring Force for Wheels with a Curvilinear Profile

(текст статьи на англ. яз. —
English text of the article — p. 46)

**Предложен метод вычисления
возвращающей силы колёсной
пары при использовании колёс
с криволинейным профилем,
имеющим параболическую форму.**

**Сделаны соответствующие
математические расчёты.**

**Результаты вычислений показали,
что применение криволинейного
профиля увеличивает возвращающую
силу по сравнению с колёсами,
имеющими коническую поверхность.**

**Одновременно установлено,
что возвращающая сила играет роль
силы упругости.**

Ключевые слова: рельсовый путь,
колёсная пара, возвращающая
сила, метод вычисления,
математическая модель,
профиль колеса, кривизна, конус.

Для начала определимся с главным: возвращающей силой будем считать сумму проекций на горизонтальную плоскость нормальных реакций рельсов на колёса при поперечном перемещении колёсной пары от оси пути.

При изложении материала использована система координат (рис. 1), движущаяся со скоростью v вдоль оси Ox , начало которой расположено на оси пути и совпадает с центром тяжести колёсной пары (КП) в центральной установке, назовём её так. Базисные векторы образуют правую тройку, так что ось Oy направлена поперёк пути, влево по отношению к его оси.

В представленной системе приняты следующие обозначения координат: x — перемещение вдоль пути; y — перемещение поперёк пути; z — вертикальное перемещение центра тяжести КП. Обозначения элементов КП и пути, расположенные слева от начала координат по оси Oy , индексируются цифрой 1, справа — цифрой 2.

Локальные системы координат $O_1\xi\Delta_1$ и $O_1\eta z$, в которых задаются уравнения профилей катания колёс и рельсов, связаны с точками контакта колёс с рельсами. Для

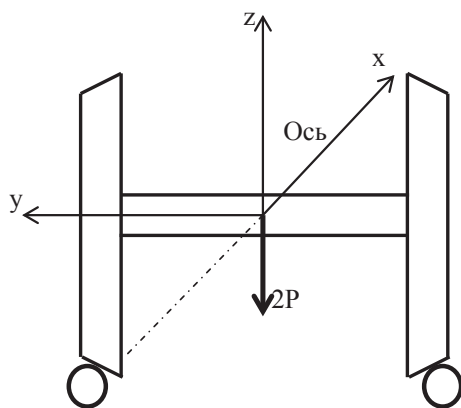


Рис. 1.

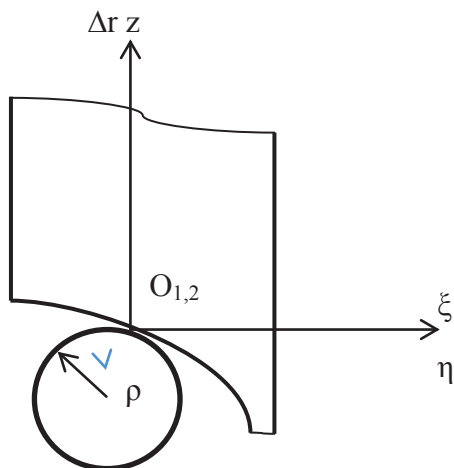


Рис. 2.

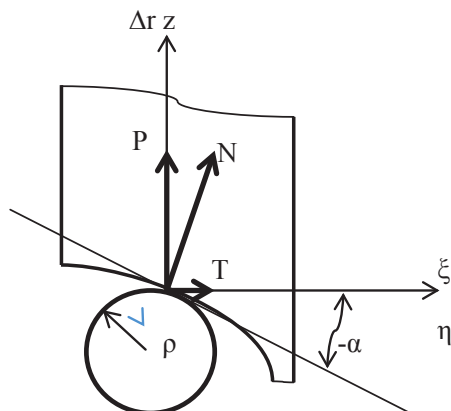


Рис. 3.

единообразия уравнений профилей поверхности катания колёс (ППКК) горизонтальные оси $O_i\xi$ и $O_i\eta$ ($i = 1, 2$) повернуты внутрь колеи, оси $O_i\Delta r$, O_iz – вертикально вверх.

В этих системах уравнение ППКК присутствует в виде

$$\Delta r = \beta \xi^2 + b \xi, \quad (1)$$

а уравнение головки рельса – в виде

$$(z - z_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2 = \rho^2, \quad (2)$$

где ρ – радиус профиля головки рельса, (z_0, η_0) – координаты центра окружности и $b = -\eta_0/z_0$.

Каждая из локальных систем координат (рис. 2) жёстко связана с соответствующими точками контакта в центральной установке, так что системы $O_i\xi\Delta r$ перемещаются вместе с колёсной парой вдоль оси Oy и Ox , а системы $O_i\eta z$ – вдоль оси Ox .

С перемещением КП вдоль оси Oy радиусы катания колёс, величина которых в центральной установке r_0 одинакова,

изменяются и при $y > 0$ $r_1 > r_2$, а их разность $\Delta r = |r_1 - r_2|$. Следовательно, $r_1 = r_0 + \Delta r$, а $r_2 = r_0 - \Delta r$.

Известно [2, 3], что с конической поверхностью катания колёс (линейный профиль) радиусы катания легко вычисляются и при $y > 0$ $r_1 = r_0 + by$, $r_2 = r_0 - by$.

С износом поверхности катания определение радиусов кругов катания, положения нормальной реакции (рис. 3) существенно усложняется в связи с неизвестностью уравнения профиля поверхности катания колеса.

В данной работе для учёта влияния криволинейности профиля на горизонтальные составляющие нормальной реакции использованы уравнения профилей, имеющих вид параболы [4], в частности выпуклый (1) и криволинейно-прямолинейный:

$$\begin{cases} b\xi + \beta\xi^2, & \xi \geq 0, \\ b\xi, & \xi < 0. \end{cases} \quad (3)$$



Таблица 1

2 β	1/600	1/700	1/800	1/1000	1/1200	1/1800	1/2000	1/3000
(1- κ)10	1,66	2,85	3,75	5,0	5,83	6,67	7,5	8,33
$\frac{2\beta}{1-\kappa}10^3$	10,04	5,01	3,33	2,00	1,43	0,99	0,67	0,40
$\frac{2\beta S}{(1-\kappa)i}$	158	79	53	32	23	16	11	6,3

В заданной системе координат (рис. 3) уравнения (1), (3) принимают выпуклый вид:

$$\Delta r = -b\xi - \beta\xi^2 \quad (4)$$

и криволинейно-прямолинейный:

$$\begin{cases} -b\xi - \beta\xi^2 & \xi \geq \\ -b\xi & \xi < \end{cases} \quad (5)$$

В этих уравнениях b – тангенс угла наклона касательной в точке O_1 профиля поверхности катания колеса; 2β – кривизна профиля катания в точке O_1 , удовлетворяющая неравенству $0 < 2\beta < 1/\rho = \beta_0$, где ρ – радиус головки рельса.

В работе [4] получены формулы для вычисления абсцисс точек контакта колёс с рельсами при поперечном перемещении колёсной пары на величину y . Для выпуклого профиля их можно записать в виде:

$$\begin{cases} \xi = (-1)^{n+1} \frac{1}{1-k} y, \\ \eta = (-1)^{n+1} \frac{k}{1-k} y, \end{cases} \quad (6)$$

где $k = 2\beta/\beta_0 < 1$; $n = 1, 2$.

В случае линейного профиля абсциссы точек контакта принимают вид:

$$\begin{cases} \xi = (-1)^{n+1} y, \\ \eta = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Сравнивая формулы (6) и (7), можно установить, что точки контакта перемещаются по профилям колеса и рельса в случае криволинейности профиля катания колеса, причём зона контакта зависит от кривизны профиля колеса. Видно, что зона контакта

колеса в $\frac{1}{1-k}$ больше, чем на прямолиней-

ном, и эта величина тем больше, чем больше β :

$$\beta(0 \leq 2\beta < 1).$$

Если же $\beta = 0$, то $-\Delta \leq y \leq \Delta$, где Δ – зазор между гребнем колеса и головкой рельса.

Пусть теперь КП сдвинута на величину y . Тогда координаты точки контакта переместятся на величины ξ_1 и ξ_2 на левом и правом колёсах соответственно, считая поверхности абсолютно гладкими, нормальные реакции будут наклонены к горизонтальным осям $O\xi$ под углами α_1 и α_2 .

Следовательно, горизонтальные составляющие T_1 и T_2 нормальных реакций, направленных внутрь колеи, могут быть получены как

$$T_1 = P_1 \cdot \tan \alpha_1 = P_1 \Delta r_1', \quad (8)$$

$$T_2 = P_2 \cdot \tan \alpha_2 = P_2 \Delta r_2',$$

где P_1, P_2 – вертикальные реакции рельсов, которые будем считать одинаковыми ($P_1 = P_2$); $\Delta r_i'$ – производные уравнений профилей колёс.

Рассматривая уравнение выпуклого профиля, продифференцируем функцию (3):

$$\frac{d(\Delta r)'}{d\xi} = -i - 2\beta\xi; \quad (9)$$

$$\Delta r_1' = -i - 2\beta \frac{1}{1-k} y; \quad (10)$$

$$\Delta r_2' = -i + 2\beta \frac{1}{1-k} y. \quad (11)$$

Вычислим теперь сумму составляющих, учитывая их направления:

$$\Delta T_{\text{в}} = T_1 + T_2 = P \left(-i - 2\beta \frac{1}{1-k} y \right) - P \left(-i + 2\beta \frac{1}{1-k} y \right) = -\frac{4\beta}{1-k} yP. \quad (12)$$

Таким образом, если $y > 0$, то ΔT направлена в сторону, противоположную перемещению колёсной пары, и эта сила пропорциональна перемещению и вертикальной реакции рельса.

Если же профиль криволинейно конический, то

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Gamma_1' &= -i - 2\beta \xi \\ \Delta \Gamma_2' &= -i \end{aligned} \right\}$$

и $\Delta T = -\frac{2\beta}{1-K} yP. \quad (13)$

Анализируя формулы (12) и (13), можно видеть преимущество применения выпуклого профиля в сравнении с криволинейно-прямолинейным. Причем величина возвращающей силы увеличивается в два раза. Следует заметить, что при выводе формул вычисления ΔT не учитывался поворот КП вокруг оси Ох, поскольку влияние поворота считается незначительным.

Однако для прямолинейного профиля $\Delta \Gamma = -i\xi$ только поворот КП вокруг оси Ох вызывает появление горизонтальных составляющих нормальных реакций. Смещая КП на величину $y > 0$, радиусы качения колёс изменяются, и вся колёсная пара поворачивается на угол $\varphi = \frac{iy}{S}$.

В результате сумма горизонтальных составляющих:

$$\Delta T_{\text{н}} = T_1 - T_2 = -\frac{2i}{S} yP. \quad (14)$$

Для сравнения влияния кривизны профиля на горизонтальную составляющую вертикальных сил примем радиус головки рельса $\rho = 500$ мм $\left(\beta = \frac{1}{500} \right)$, тангенс угла наклона профилей в начале координат $i = 1/20$. Радиус кривизны криволинейных участков катания будем менять. Подсчёт

производим при одинаковом давлении на колёса и одинаковом перемещении $y = 1$ мм, i/S . Поэтому можно сравнивать лишь коэффициенты произведения yP . Для выпуклого профиля (4) значения коэффициентов приведены в таблице 1. Коэффициент для прямолинейного профиля при том же произведении yP будет

$$\frac{2i}{S} = 6,33 \cdot 10^{-5}.$$

В таблице 1 дано отношение коэффициентов выпуклого профиля с разной кривизной к коэффициенту прямолинейного профиля. Из последней её строчки видно, что с уменьшением 2β (с увеличением радиуса кривизны профиля поверхности катания) возвращающая сила также уменьшается и при $2\beta = 1/3000$ лишь в 6,3 раза превышает возвращающуюся силу при прямолинейном профиле. Так, если принять $y = 3$ мм, $P_1 = P_2 = 125000$ н, то возвращающая сила для прямолинейного профиля будет $\Delta T_{\text{н}} = 23,74$ н, для криволинейно-конического $2\beta = 1/800$ $\Delta T_{\text{кк}} = 1258$ н, а для выпуклого — $\Delta T_{\text{в}} = 2516$ н.

ВЫВОДЫ

1) Применение криволинейных профилей увеличивает возвращающую силу в разы по сравнению с колёсами конической поверхности катания.

2) Возвращающая сила рассмотренных криволинейных профилей пропорциональна перемещению и, следовательно, играет роль силы упругости.

3) С увеличением кривизны величина возвращающей силы увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корольков Е. П., Сергеев К. А., Бондаренко А. И. Выбор профиля поверхности катания из условия вписывания в кривые // Наука и техника транспорта. — 2016. — № 2. — С. 49–51.
2. Вершинский С. В., Данилов В. Н., Хусидов В. Д. Динамика вагонов. — М.: Транспорт, 1991. — 360 с.
3. Гарг В. К., Дуккипати Р. В. Динамика подвижного состава. — М.: Транспорт, 1988. — 392 с.
4. Корольков Е. П. Свойства точек контакта криволинейного профиля // Наука и техника транспорта. — 2016. — № 1. — С. 76–78.

Координаты авторов: **Корольков Е. П.** — epkorolk37@rambler.ru,
Иванова А. А. — gerdakatarsis@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 25.01.2017, принята к публикации 03.04.2017.

