

# Нечёткий численный вероятностный анализ надёжности рельсовых скреплений



Юрий КРАКОВСКИЙ Yuri M. KRAKOVSKY

Батбаатар ДАВААДОРЖ Batbaatar DAVAADORZH



Fuzzy Numerical Probability Analysis of Rail Fastenings Reliability

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 36)

В качестве вероятностной модели вычисления показателей надёжности рельсовых скреплений используется треугольное распределение с двумя параметрами – максимальным и наиболее вероятным. Нечёткий численный вероятностный анализ с привлечением имитационного моделирования предполагает, что эксперты с помощью имеющейся у них статистической и экспертной информации могут численно оценить максимальное значение наработки, а для второго значения (моды) предложить лишь интервал его изменения. Это наиболее реальная ситуация в практических приложениях в условиях неопределенности исходных данных. Предложен алгоритм нечёткого анализа, который апробирован на основе экспертной информации.

> <u>Ключевые слова:</u> рельсовые скрепления, показатели надёжности, численный вероятностный анализ, имитационное моделирование.

Краковский Юрий Мечеславович — доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем и защиты информации Иркутского государственного университета путей сообщения, Иркутск, Россия.

Даваадорж Батбавтар — сотрудник Улан-Баторской железной дороги, аспирант Иркутского государственного университета путей сообщения, Улан-Батор, Монголия.

ри создании железнодорожного пути используются различные компоненты, включая рельсы, шпалы, подкладки, балласт и земляное полотно. Соединяющим элементом этой системы служат рельсовые скрепления. В последние годы при организации путевого хозяйства им уделяется большое внимание, что отражено в различных научных и нормативных работах [1—5].

Основная задача таких промежуточных конструкций – сохранение геометрических параметров рельсовой колеи при передаче и гашении сил от динамического воздействия подвижного состава. При этом свойства скрепления должны учитывать не только стандартные условия работы пути, но и негативные воздействия транспортной нагрузки при неравномерном распределении усилий на рельсовые нити во время вписывания подвижного состава в кривой участок [4]. Другая задача скрепления – электроизоляция рельсов от подрельсового основания, чтобы минимизировать потерю сигналов рельсовых электрических цепей.

Тип скрепления значительно влияет на стоимостные характеристики строитель-

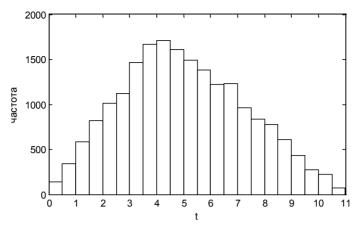


Рис. 1. Гистограмма частот для треугольного распределения.

ного и эксплуатационного комплексов железнодорожного пути. Одним из перспективных типов, используемых на УланБаторской железной дороге, является АРС — упругое бесподкладочное безрезьбовое скрепление с нераздельным анкером, замоноличенным в шпалу. Скрепления АРС поддерживаются и конструктивно развиваются специалистами МИИТ, которые проводят мониторинг на 26 участках восьми железных дорог в различных эксплуатационных условиях [1].

С точки зрения теории надёжности рельсовые скрепления можно отнести к невосстанавливаемым объектам, ибо в случае возникновения отказа они не подлежат восстановлению (могут заменяться лишь основные узлы соединения). А поскольку отказы происходят по самым разным причинам, возникает задача определения показателей надёжности для рельсовых скреплений в условиях неопределённости при малом объёме статистических данных.

## МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

В работе [6] в качестве вероятностной модели наработки для скреплений типа APC предложено треугольное распределение

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2 \cdot t}{t_m \cdot t_0}, & 0 < t \le t_0 \\ \frac{2(t_m - t)}{t_m \cdot (t_m - t_0)}, & t_0 < t < t_m \end{cases}$$
 (1)

Математическое ожидание для него

$$\overline{t} = \frac{1}{3} (t_m + t_0) \ . \tag{2}$$

Эксперты, имея некоторую статистическую информацию, оценивают наибольшее значение  $(t_m)$  и наиболее вероятное значение  $(t_o)$ , которое называют модой. Эти параметры определяются на основе статистической и экспертной информации, имеющейся в литературе и нормативных документах.

Так, в [3, 5] описаны опытные участки пути, которые расположены на самых сложных и грузонапряжённых направлениях. Замеры параметров состояния проводятся согласно методике сравнительных эксплуатационных испытаний конструкций промежуточных рельсовых скреплений. Подобные замеры делаются и на УБЖД на участках с малым радиусом и большой грузонапряжённостью.

В нашем исследовании максимальная наработка рельсового скрепления принята 550 млн т • км, а наиболее вероятное значение 200 млн т • км. В качестве единицы измерения принято 50 млн т • км, это и определило значения исходных данных:  $t_m = 11 (550 \text{ млн т • км}),$ 

$$t_{a}^{"}=4 (200 \text{ млн т • км}).$$
 (3)

Для параметров (3) математическое ожидание (2) равно 5.

Следует подчеркнуть, что описываемое исследование носит методический характер и не претендует на точность оценки параметров для наработки рельсовых скреплений.

В работе [6] для этого распределения получены аналитические выражения для следующих показателей надёжности:

1) вероятность безотказной работы (вероятность того, что до времени t отказ объекта не произойдет);





- 2) интенсивность отказов;
- 3) средняя наработка до отказа;
- 4) гамма-процентный ресурс суммарная наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с вероятностью у;
  - 5) средний остаточный ресурс до отказа;
- 6) гамма-процентный остаточный ресурс для вероятности  $\gamma$ .

Перечисленные показатели рекомендованы в различных источниках, например [7, 8].

В работах [9, 10] для треугольного распределения наработки получены численные алгоритмы вычисления показателей надёжности, основанные на результатах имитационного моделирования и научных рекомендациях [11—13].

Для распределения (1) алгоритм моделирования времени наработки как случайной величины имеет вид [9]:

$$t = \begin{cases} \sqrt{t_m \cdot t_0 \cdot r}, & 0 < r \le \frac{t_0}{t_m}; & 0 < t \le t_0 \\ t_m - \sqrt{t_m (t_m - t_0)(1 - r)}, & \\ \frac{t_0}{t_m} < r < 1; & t_0 < t < t_m. \end{cases}$$
(4)

Здесь r — значение псевдослучайной величины, равномерно распределенной на интервале (0, 1).

На рис. 1 приведена гистограмма частот, полученная имитационным моделированием по формуле (4) для параметров (3). Видна хорошая связь с треугольным распределением (1).

### АЛГОРИТМ ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА

Нечёткий численный вероятностный анализ с привлечением имитационного моделирования предполагает, что эксперты на основании имеющейся у них статистической и экспертной информации могут численно оценить максимальное значение наработки  $(t_m)$ , а для второго значения (моды) предложить лишь интервал его изменения (a, b). Это наиболее реальная ситуация в практических приложениях в условиях неопределенности исходных данных. И надо исходить из того, что мода наработки является случайной величиной с равномерным распределением и известными значениями математического ожи-

дания  $(\overline{t_o})$  и коэффициента вариации  $(k_r)$ . Выбор коэффициента вариации обусловлен тем, что это нормированная величина, которую можно менять при проведении исследования. Математическое ожидание

исследования. Математическое ожидание моды определяется методом моментов из формулы (2) по выбранному экспертами ожиданию наработки, а коэффициент вариации назначается экспертным путем.

Математическое ожидание ( $\overline{t_o}$ ) случайной величины, имеющей равномерное распределение, коэффициент её вариации ( $k_p$ ) и интервалы изменения (a, b) связаны зависимостью

$$a = \overline{t}_{o} \cdot (1 - \sqrt{3} \cdot k_{r}); \ b = \overline{t}_{o} \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot k_{r}). \tag{5}$$

Алгоритм моделирования значений случайной величины:

$$t_{ao} = a + (b - a) \cdot r. \tag{6}$$

Предложен следующий алгоритм (МД) для нечёткого численного вероятностного анализа с привлечением имитационного моделирования:

1. Зная математическое ожидание  $(\bar{t})$  наработки методом моментов из формулы (2), получаем значение математического ожидания моды

$$\overline{t_o} = 3 \cdot \overline{t} - t_m. \tag{7}$$

- 2. Зная значение математического ожидания моды (7) как случайной величины и коэффициент её вариации  $(k_r)$ , по формуле (5) определяем диапазон изменения моды (a, b).
- 3. По формуле (6) определяем выборочное значение моды наработки как случайной величины ( $t_{ao}$ ).
- 4. По формуле (4) определяем выборочное значение наработки ( $t_a$ ).
- 5. Пункты 3, 4 повторяем n раз, в результате чего создается искомая выборка наработок объёма n

$$T_{H} = (t_{p}, ..., t_{q}, ..., t_{p}).$$
 (8)

Выборка (8) обрабатывается специальными численными алгоритмами для получения показателей надёжности, описанными в [9, 10]. Дополнительно находятся точечная оценка математического ожидания наработки ( $\tilde{t}$ ) и доверительный интервал для математического ожидания ( $t_1$ ;  $t_2$ ) [8]:

$$\tilde{t} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^{n} t_q; \ t_1 = \tilde{t} - \delta; \ t_2 = \tilde{t} + \delta;$$
 (9)

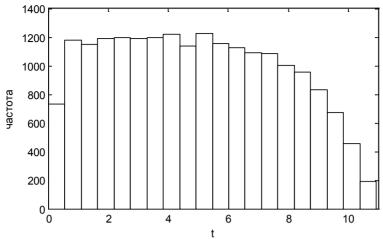


Рис. 2. Гистограмма частот для наработки, нечёткий вероятностный анализ.

$$\delta = \frac{z_{\gamma} \cdot s}{\sqrt{n}}; \ s = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n} t_q^2 - n \cdot \tilde{t}^2}{n-1}}, \tag{10}$$

здесь  $t_q$  — выборочные значения наработки (8);  $z_y$  — квантиль нормированного нормального распределения для доверительной вероятности  $\gamma$ ; s — оценка среднеквадратического отклонения.

На рис. 2 приведена гистограмма частот, полученная в результате имитационного моделирования по предложенному алгоритму МД (4—8):  $\overline{t}=5$ ,  $t_m=11$ , объем выборки n=20000, коэффициент вариации  $k_r=0,50$ , диапазон изменения моды (5) — (0,536; 7,464).

Данная гистограмма существенно отличается от гистограммы на рис. 1, полученной для треугольного распределения, но для «чёткого» значения моды ( $t_0 = 4$ ).

Точечная (9) и интервальная (10) оценки наработки для выборки (8) равны

$$\tilde{t} = 4,922; \ (t_1; \ t_2) = (4,883; \ 4,961).$$
 (11)

Математическое ожидание  $\bar{t}=5$  не попало в доверительный интервал (11). Это позволяет сделать вывод о том, что нечёткость моды при увеличении значения её коэффициента вариации существенно влияет на математическое ожидание наработки. При этом нечёткость моды достаточно существенно влияет и на оценку коэффициента вариации наработки ( $\tilde{k}_{\nu}$ ), она заметно увеличивается: например, при  $k_{r}=0,15$   $\tilde{k}_{\nu}=0,485$ , а при  $k_{r}=0,50$   $\tilde{k}_{\nu}=0,568$ ; коэффициент вариации для распределения (1) при параметрах (3) равен 0,454.

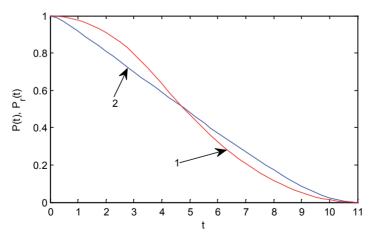


Рис. 3. Вероятности безотказной работы.





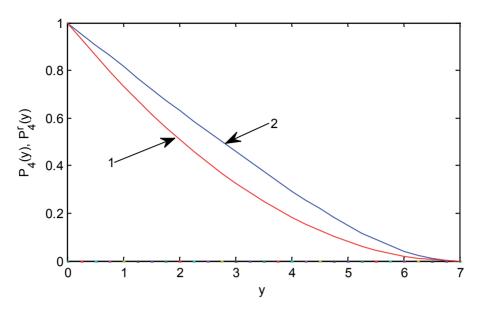
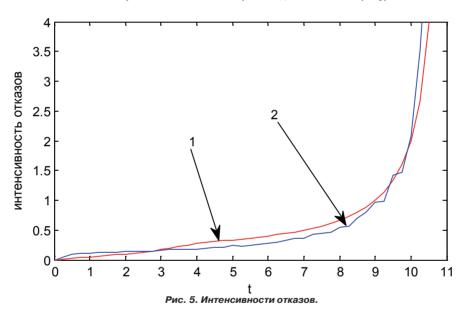


Рис. 4. Вероятности безотказной работы для остаточного ресурса.



#### АПРОБАЦИЯ МОДЕЛЬНОГО РЯДА

При использовании нечёткого вероятностного анализа показатели надёжности рельсовых скреплений вычисляются по численным алгоритмам, описанным в [9, 10] с учётом рекомендаций [11—13], но выборка (8) для них — по алгоритму МД.

На рис. 3 представлены вероятности безотказной работы (ВБР): 1 — ВБР для аналитической модели [6]; 2 — ВБР для численной модели [9, 10], но для нечёткой моды по алгоритму МД. Нечёткость моды влияет на эту функцию, причем с увеличе-

нием коэффициента вариации в большей степени.

Численная средняя наработка до отказа  $\overline{t}_r = 4,923$ . Эта величина попадает в доверительный интервал (11), что подтверждает качество предложенных алгоритмов.

Численный гамма-процентный ресурс до отказа для нечёткой моды при  $\gamma = 0.9$ :  $t_{\rm c}(0.9) = 1.855$ . (12)

Для аналитической модели это значение равно 2,098. Учитывая (12), нечёткость моды повлияла на гамма-процентный ресурс до отказа.

На рис. 4 представлены вероятности безотказной работы для остаточного ресурса (ВБРОР): 1 — ВБРОР для аналитической модели [6]; 2 — ВБРОР для численной модели, но для нечёткой моды по алгоритму МД. Нечёткость математического ожидания влияет на эту функцию — она находится выше теоретической функции, поэтому происходит изменение и среднего остаточного ресурса, и гамма-процентного остаточного ресурса.

Численный средний остаточный ресурс до отказа для нечёткой моды —  $\tilde{y}_4$  = 2,876; а численный гамма-процентный остаточный ресурс —  $\tilde{y}_4(0,9)$  = 0,539. При сравнении со значениями, полученными по аналитическим моделям (2,333 и 0,359 соответственно), эти значения существенно увеличились.

На рис. 5 приведены интенсивности отказов (ИнО): 1 — ИнО для аналитической модели; 2 — ИнО для численной модели при нечёткой моде. Графическое представление моделей не совсем совпадают, т.е. нечёткость математического ожидания влияет на эту функцию.

#### выводы

- 1. В том случае, когда в условиях неопределенности исходных данных не удается однозначно описать наработку как случайную величину, какие-то её параметры могут стать нечеткими. Применительно к треугольному распределению таким параметром предложено считать моду (t).
- 2. Нечёткость моды описывается случайной величиной, имеющей равномерное распределение на интервале (a,b) с известными значениями математического ожидания и коэффициента вариации. Эти числовые характеристики вычисляются экспертно с учётом имеющихся рекомендаций.
- 3. Нечёткое описание наработки как случайной величины оказывает влияние на гистограмму частот (изменяет закон её распределения), а значит и на показатели надёжности рельсового скрепления.

4. Оценки показателей надёжности существенно меняются при увеличении коэффициента вариации моды. Чтобы получить оценки показателей надёжности рельсовых скреплений с нужной точностью, необходимо использовать метод имитационного моделирования.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Кузнецов В. В. Мониторинг работы скрепления APC // Путь и путевое хозяйство. 2015. № 8. С. 18—23.
- 2. Макаров А. В. Оценка состояния конструкции скреплений в пути в зависимости от их деформируемости // Вестник ВНИИЖТ. 2015. № 3. С. 53–57.
- 3. Максимцев С. В., Начигин В. А., Архипенко Ю. А. Скрепления как основной элемент стабильности верхнего строения // Путь и путевое хозяйство. 2016. № 6. С. 8—12.
- 4. Петров А. В., Савин А. В., Лебедев А. В. Рельсовые скрепления безбалластовых конструкций пути на экспериментальном кольце ОАО «ВНИИЖТ» // Путь и путевое хозяйство. 2015. № 12. С. 2—5.
- 5. Краковский Ю. М., Начигин В. А. Металлические части пути как компоненты его эффективной эксплуатации // VII международная НПК «Транспортная инфраструктура Сибирского региона». Иркутск, 2016. Том 1.— С. 482—486.
- 6. Даваадорж Батбаатар, Каргапольцев С. К. Математический анализ надёжности рельсового скрепления пути при ограниченном объёме данных // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2016. № 2. С. 123—128.
- 7. Байхельт Ф., Франкен П. Надёжность и техническое обслуживание. Математической подход.— М.: Радио и связь, 1988.— 392 с.
- 8. Краковский Ю. М. Математические и программные средства оценки технического состояния оборудования.— Новосибирск: Наука, 2006.— 228 с.
- 9. Даваадорж Батбаатар, Краковский Ю. М. Численные алгоритмы вычисления показателей надёжности рельсовых скреплений // Вопросы естествознания.— 2016.— № 2.— С. 9—15.
- 10. Даваадорж Батбаатар, Краковский Ю. М. Алгоритмическое обеспечение вычисления показателей надёжности рельсовых скреплений // Безопасность критичных инфраструктур и территорий: Материалы VII всеросс. конф. и XVII школы молодых учёных.— Екатеринбург: УрО РАН, 2016.— С. 34—37.
- 11. Краковский Ю. М., Нго Зюи До. Вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов многокомпонентного оборудования // Вестник ИрГТУ.— 2015.— № 10.— С. 15—20.
- 12. Краковский Ю. М., Захарова О. А., Нго Зюи До. Численные модели оценки показателей надёжности многокомпонентного оборудования по результатам компьютерного моделирования // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование.— 2015.— № 4.— С. 66—70.
- 13. Краковский Ю. М., Нго Зюи До. Численные модели оценки коэффициента оперативной готовности и параметра потока восстановления многокомпонентного оборудования // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. -2016. № 1. С. 55-59.

35

Координаты авторов: **Краковский Ю. М.** – kum@stranzit.ru, **Даваадорж Батбаатар** – dbbaatar@yahoo.com.

Статья поступила в редакцию 31.10.2016, принята к публикации 15.01.2017.