

# Эксплуатационные упругие свойства хаотически армированных трибокомполитов



**Владимир КОЛЕСНИКОВ**  
Vladimir I. KOLESNIKOV

**Владимир БАРДУШКИН**  
Vladimir V. BARDUSHKIN



**Александр СЫЧЁВ**  
Alexander P. SYCHEV

*Колесников Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, академик РАН, президент РГУПС, Ростов на Дону, Россия.*  
*Бардушкин Владимир Валентинович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор НИУ «МИЭТ», Москва, Россия.*  
*Сычёв Александр Павлович – кандидат физико-математических наук, доцент РГУПС, Ростов на Дону, Россия.*

## Operational Elastic Properties of Chaotically Reinforced Tribocomposites

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 43)

**Решена задача прогнозирования эксплуатационных упругих свойств композитов на основе связующих с высоким содержанием эпоксидных групп (марка ЭПАФ и её модификация), хаотически армированных короткими полиимидными (или стеклянными) волокнами с антифрикционными дисперсными добавками политетрафторэтилена. Проведены численные модельные расчёты эффективных упругих характеристик (модуля Юнга и коэффициента Пуассона) указанных трибокомполитов, учитывающие изменения концентраций их компонентов.**

*Ключевые слова:* транспортное машиностроение, моделирование, трибокомполит, включение, эпоксидное связующее, эффективные модули упругости.

**К**омпозиты на полимерной основе, состоящие из дискретных включений и окружающей их сплошной матрицы (связующего), находят широкое практическое применение в транспортном машиностроении, например, в узлах трения и сопряжения. Армирование указанных материалов часто производится включениями неизометричной формы (волокна, диски и т.п.), специальным образом ориентированными в пространстве композита. Поскольку технологии их создания довольно дорогостоящи, возникает необходимость в разработке методов моделирования структуры, подбора компонентов и прогнозирования их влияния на эксплуатационные физико-механические свойства проектируемых материалов [1–4].

Для получения высокопрочных и теплоустойчивых полимерных трибокомполитов наиболее перспективными связующими являются эпоксидные смолы с высоким содержанием эпоксидных групп – от 28 до 54 % (это в 1,5–2,5 раза выше, чем у наиболее часто применяемой в промышленности отечественной смолы марки ЭД-20 или ее аме-

риканского аналога DER-330) [5]. В этой статье приведены результаты исследований прочностных и теплофизических показателей эпоксидных связующих на основе триглицидилпарааминофенола — смол марок ЭПАФ и ЭПАФ-м (смола ЭПАФ-м модифицирована диглицидиловым эфиром DL-камфорной кислоты в соотношении 60:40). Содержание эпоксидных групп у ЭПАФ составляет 38 %, а у ЭПАФ-м — 30 %. Также в работе [5] показано, что отверждённые полимеры на основе исследованных смол достигают максимальных значений физико-механических показателей для описанных в литературе эпоксидных материалов подобного класса.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

В данной работе ставится задача прогнозирования эксплуатационных упругих свойств трибокомполитов при наличии в них эпоксидных смол с высоким содержанием эпоксидных групп с антифрикционными дисперсными добавками и хаотически распределёнными в пространстве материала рублеными короткими волокнами. В основе решения указанной задачи лежит вычисление их эффективных (эксплуатационных) упругих свойств [2, 4, 6]. Эти свойства определяются с помощью тензора четвертого ранга  $c^*$  («\*» здесь и далее указывает на то, что рассматриваются эффективные характеристики композитов), связывающего средние значения напряжений  $\langle s_{ij}(r) \rangle$  и деформаций  $\langle e_{kl}(r) \rangle$  в материале:

$$\langle s_{ij}(r) \rangle = (c^*)_{ijkl} \langle e_{kl}(r) \rangle, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус-вектор случайной точки среды, угловые скобки здесь и далее определяют процедуру усреднения. Отметим, что для многокомпонентного композита в случае выполнения условия эргодичности можно использовать усреднение по объёму (для каждого его компонента) [6]. Тогда операция усреднения по всему объёму материала для некоторой случайной величины  $a(r)$  сводится к суммированию:

$$\langle \sigma a(r) \rangle = \sum_s V_s \langle a_s(r) \rangle, \quad (2)$$

где  $V_s$  — объёмная концентрация компонента  $s$ -го типа, а  $a_s(r)$  — соответствующая указанному компоненту случайная величина,  $\sum_s V_s = 1$ .

Для проведения корректного анализа эффективных упругих свойств композитов,

позволяющего учитывать взаимодействие элементов неоднородности, состав, форму, ориентацию и концентрацию компонентов, необходимо решать уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношение для численных расчётов тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  не удастся. Поэтому для его вычисления используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [6]. В его рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательное выражение для вычисления  $c^*$ . Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае выражение для  $c^*$  в (1) имеет следующий вид (индексы опущены) [6]:

$$c^* = \langle c(r)(I - g(r)c''(r))^{-1} \rangle \cdot \langle (I - g(r)c''(r))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (3)$$

где  $I$  — единичный тензор четвертого ранга;  $c(r)$  — тензор модулей упругости; двумя штрихами обозначена разность  $c''(r) = c(r) - c^*$  между соответствующими параметрами неоднородной среды и однородного тела сравнения (характеристики тела сравнения обозначаются далее верхним индексом «с»);  $g(r)$  — интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия, являющийся тензором четвертого ранга. Для вычисления компонента  $g_{ijkl}$  тензора  $g(r)$  необходимо вначале осуществить расчёты компонента  $a_{ijkl}$  тензора четвертого ранга  $A$ , а затем в  $a_{ijkl}$  по двум парам индексов ( $i, j$  и  $k, l$ ) провести операцию симметризации [6]. Компоненты  $a_{ijkl}$  тензора  $A$  вычисляются с помощью следующего соотношения:

$$a_{ijkl} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j (t^{-1})_{il} d\Omega, \quad (4)$$

где  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  — элемент телесного угла в сферической системе координат,  $(t^{-1})_{il}$  — элементы матрицы, обратной матрице  $T$  с элементами  $t_{il} = (c^c)_{ijkl} n_k n_j$ , а  $n_k$  и  $n_j$  ( $k, j = 1, 2, 3$ ) — компоненты вектора внешней норма-





Таблица 1

Физико-механические свойства компонентов трибокомполитов [1, 5, 7–10]

Тип компонента	Материал компонента	E, ГПа	n	г, г/см <sup>3</sup>
1	ПТФЭ	0,15	0,33	2,20
2	АРИМИД БШС	120,0	0,36	1,45
		76,2	0,22	2,54
3	ЭПАФ ЭПАФ-м ЭД-20	5,4	0,46	1,30
		4,6	0,42	1,24
		3,8	0,39	1,18

ли к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями  $l_1, l_2$  и  $l_3$  компоненты вектора нормали определяются соотношениями

$$n_1 = (l_1)^{-1} \sin\theta \cos\varphi, \quad n_2 = (l_2)^{-1} \sin\theta \sin\varphi, \quad n_3 = (l_3)^{-1} \cos\theta.$$

Соотношение (3) может быть использовано для расчёта эффективных характеристик статистически однородных матричных композитов с включениями эллипсоидальной формы, ориентированными друг относительно друга [2].

### ПРОВЕДЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ РАСЧЁТОВ

Далее в работе рассматриваются композиты с включениями двух типов. К первому типу относятся дисперсные включения политетрафторэтилена (ПТФЭ), равномерно распределенные в пространстве композита и выполняющие антифрикционную роль. Ко второму типу относятся рубленые короткие волокна, хаотически распределенные в пространстве композита и выполняющие функцию его упрочнения. Отдельно исследуются композиты, наполненные: а) высокотермоогнестойкими полиимидными волокнами (марка АРИМИД, ТУ 2272–034–17277875–2003, изготовитель – ООО «ЛИРСОТ», г. Мытищи); б) волокнами бесщелочного стекла (БШС). В качестве матрицы – компонент третьего типа – рассматриваются эпоксидные связующие ЭПАФ, ЭПАФ-м и ЭД-20. Связующее ЭД-20 рассмотрено для проведения сравнительного анализа эксплуатационных упругих характеристик трибокомполитов на его основе и на основе смол ЭПАФ, ЭПАФ-м. Физико-механические свойства компонентов трибокомполитов приведены в таблице 1 ( $E$  – модуль Юнга при сжатии,  $n$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность).

При построении модели прогнозирования эффективных упругих свойств рассматриваемых материалов будем основываться

на представлении их структуры в виде статистически однородных матричных композитов. Армирование композитов производится включениями в виде сфер одинакового радиуса  $R$  и в виде равных друг другу вытянутых эллипсоидов вращения ( $l_1, l_2$  и  $l_3$  – полуоси этих эллипсоидов, большая из которых имеет длину  $L$ ). При этом эллипсоиды ориентированы своей большей полуосью в пространстве композита в семи различных направлениях (относительно лабораторной системы координат). А именно, параллельно координатным осям (три направления) и параллельно прямым, образующим равные углы со всеми координатными осями (четыре направления). Кроме того, будем считать, что модельные композиты состоят из изотропных компонентов с объёмными концентрациями  $V_1, V_2$  и  $V_3$ , где индекс «1» относится к ПТФЭ, индекс «2» – к волокнам (АРИМИД или БШС), а «3» – к связующим (ЭПАФ, ЭПАФ-м или ЭД-20).

С учетом (2) расчётное соотношение (3) для тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  примет следующий вид:

$$c^* = \left( \sum_s V_s c_s (I - g_s (c_s - c^c))^{-1} \right) \cdot \left( \sum_s V_s (I - g_s (c_s - c^c))^{-1} \right)^{-1}. \quad (5)$$

В формуле (5)  $c_s$  и  $c^c$  – тензоры модулей упругости  $s$ -го компонента композита и однородного тела сравнения соответственно;  $g_s$  – это тензор  $g(r)$   $s$ -го компонента композита, вычисляемый по соотношению (4). При этом  $g_1$  соответствует сферическим включениям ( $l_1 = l_2 = l_3 = R = 1$ );  $g_2$  соответствует эллипсоидальным включениям (волокнам), ориентированным относительно осей координат вдоль указанных выше семи направлений, с главной полуосью  $L = 50$  и остальными полуосями, равными 1;  $g_3$  – связующему (при вычислении  $g_3$  полагалось, что  $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ ). Будем считать также, что объёмные содержания эллипсоидальных

включений в каждом из семи указанных направлений одинаковы и равны  $V_2/7$ .

Для проведения модельных расчётов при операциях над тензорами использовалась их матричная форма записи [6]. При этом ненулевые элементы  $c_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, 6$ ) симметрической матрицы тензора модулей упругости  $c$  для изотропного материала выражаются через модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  следующим образом:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)};$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$c_{12} = c_{21} = c_{13} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

При вычислении упругих характеристик однородного тела сравнения использовался метод самосогласования [6, 11]. С этой целью в работе была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров  $c^c$  тела сравнения брались значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брались упругие характеристики, полученные в приближении Хилла, т.е. среднего арифметического значений, полученных в приближениях Ройсса и Фойгта [6, 11]. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями  $c^c$  составляла менее 0,01.

Результаты всех модельных расчётов приведены далее относительно процентных концентраций  $m_s$  ( $s = 1, 2, 3$ ) элементов неоднородности по массе, связанных с объёмными концентрациями и плотностями компонентов композита с помощью формулы

$$m_s = \frac{V_s \rho_s}{\sum_i V_i \rho_i} \cdot 100, \text{ мас. \%}.$$

Численное моделирование, проведенное по соотношению (5) для различных значений концентраций включений, показало, что рассматриваемые в работе композиты обладают изотропией эффективных упругих свойств [6]. Таким образом, расчёты тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  полностью подтвердили те предположения, которые можно было выдвинуть заранее,

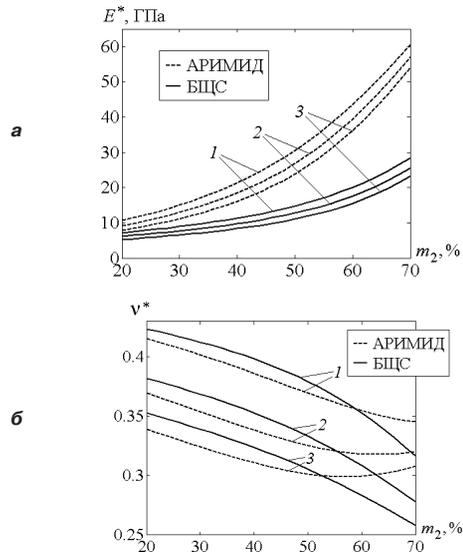


Рис. 1. Изменение эксплуатационных упругих свойств трибокомпозитов при увеличении процентного содержания  $m_2$  волокон (АРИМИД или БПС) и фиксированной концентрации  $m_1 = 10\%$  ПТФЭ: 1 – ЭПАФ, 2 – ЭПАФ-м, 3 – ЭД-20.

исходя из структуры рассматриваемых материалов.

На рис. 1 и 2 приведены результаты численных расчётов значений эксплуатационных упругих характеристик – модуля Юнга  $E^*$  и коэффициента Пуассона  $\nu^*$  – модельных трибокомпозитов от изменений процентных

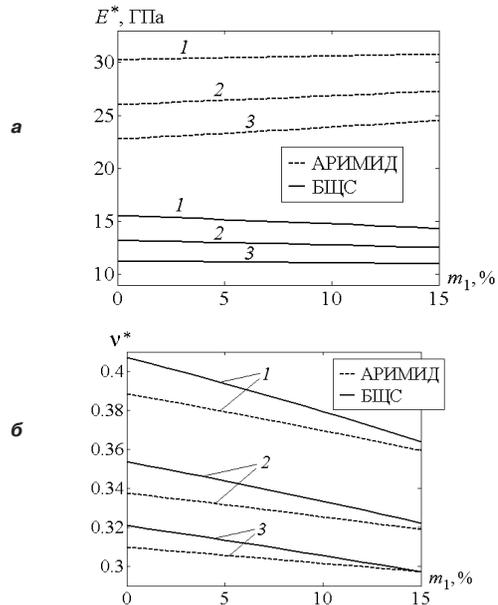


Рис. 2. Изменение эксплуатационных упругих свойств трибокомпозитов при увеличении процентного содержания  $m_1$  ПТФЭ и фиксированной концентрации  $m_2 = 50\%$  волокон (АРИМИД или БПС): 1 – ЭПАФ, 2 – ЭПАФ-м, 3 – ЭД-20.





содержаний волокон (АРИМИД или БЩС) и дисперсных включений ПТФЭ.

Эксплуатационные упругие характеристики  $E^*$  и  $\nu^*$  вычислялись через элементы матрицы  $c^*$  с помощью следующих формул [6]:

$$E^* = \frac{c_{44}^*(3c_{12}^* + 2c_{44}^*)}{c_{12}^* + c_{44}^*}; \nu^* = \frac{c_{12}^*}{2(c_{12}^* + c_{44}^*)}.$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенных исследований можно заключить следующее.

1. Применение в качестве связующих смол с высоким содержанием эпоксидных групп приводит к существенному улучшению эксплуатационных упругих свойств трибокомпози́тов по сравнению с материалами на основе других полимерных связующих (см. рис. 1, 2 и [4]).

2. Увеличение концентрации волокон при фиксированном содержании включений ПТФЭ приводит к росту значений  $E^*$ , при этом характер зависимости — нелинейный (рис. 1а). Увеличение же концентрации дисперсных включений ПТФЭ при фиксированном содержании волокон может привести как к незначительному росту (при использовании волокон АРИМИД), так и к незначительному снижению значений  $E^*$  (при использовании волокон БЩС). При этом характер зависимости близок к нелинейному (рис. 2а).

3. Увеличение концентрации волокон АРИМИД при фиксированном содержании включений ПТФЭ приводит к немонотонному изменению значений коэффициента Пуассона  $\nu^*$  (рис. 1б). Увеличение же процентного содержания дисперсных антифрикционных добавок ПТФЭ при фиксированной концентрации волокон АРИМИД приводит к незначительному снижению значений  $\nu^*$  по закону, близкому к линейному (рис. 2б).

4. Увеличение концентрации как волокон БЩС, так и дисперсных антифрикционных добавок ПТФЭ приводит к монотонному уменьшению значений коэффициента Пуассона  $\nu^*$  (рис. 1б, 2б).

5. Поскольку вариация процентного содержания волокон (АРИМИД или БЩС) приводит к более значительному изменению эксплуатационных упругих характеристик трибокомпози́тов, чем вариация концентрации включений ПТФЭ, необходимы дополнительные экспериментальные и теоретические исследования по оптимизации концентрации как ПТФЭ, так и волокон с целью максимального улучшения трибохарактеристик рассматриваемых компози́тов без существенного ухудшения их упруго-прочностных показателей. Сказанное особенно важно для трибокомпози́тов, работающих в тяжело нагруженных узлах трения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Машков Ю. К., Овчар З. Н., Байбарацкая М. Ю., Мамаев О. А. Полимерные композиционные материалы в триботехнике. — М.: Недра, 2004. — 261 с.
2. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Яковлев В. Б., Сычёв А. П., Колесников И. В. Микромеханика поликристаллов и компози́тов (напряженно-деформированное состояние и разрушение). — Ростов-на-Дону: РГУПС, 2012. — 288 с.
3. Бардушкин В. В., Колесников И. В., Сычёв А. П. Объёмная плотность энергии деформации в антифрикционных компози́тах // Мир транспорта. — 2011. — № 5. — С. 12–17.
4. Бардушкин В. В., Сычёв А. П., Яковлев В. Б., Лапицкий А. В. Прогнозирование эксплуатационных упругих свойств хаотически армированных полимерных компози́тов с антифрикционными дисперсными добавками // Вестник машиностроения. — 2015. — № 10. — С. 44–47.
5. Лапицкий А. В. Эпоксидные полимерные матрицы для высокопрочных и теплостойких компози́тов // Клеи. Герметики. Технологии. — 2010. — № 2. — С. 12–15.
6. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. — М.: Наука, 1977. — 399 с.
7. Лапицкий В. А., Крицук А. А. Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков. — Киев: Наукова думка, 1986. — 92 с.
8. Физические величины: Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.
9. Зеленский Э. С., Куперман А. М., Горбаткина Ю. А., Иванова-Мумжиева В. Г., Берлин А. А. Армированные пластики — современные конструкционные материалы // Российский химический журнал. — 2001. — Т. XLV. — № 2. — С. 56–74.
10. Гутников С. И., Лазорак Б. И., Селезнев А. Н. Стекланные волокна. — М.: МГУ, 2010. — 53 с.
11. Паньков А. А. Методы самосогласования механики компози́тов. — Пермь: Изд-во Пермского гос. техн. ун-та, 2008. — 253 с.

Координаты авторов: Колесников В. И. — kvi@rgups.ru, Бардушкин В. В. — bardushkin@mail.ru, Сычёв А. П. — aleks\_sap@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 17.01.2017, принята к публикации 28.02.2017.

Исследование В. И. Колесникова и А. П. Сычёва выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 14–29–00116) в Ростовском государственном университете путей сообщения.