

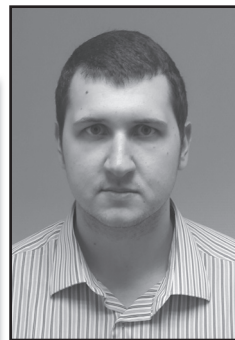


# Случайные процессы возмущения в динамике рельсовых экипажей



Анатолий САВОСЬКИН  
Anatoly N. SAVOSKIN

Юрий РОМЕН  
Yuri S. ROMEN



Александр АКИШИН  
Alexander A. AKISHIN

*Савоськин Анатолий Николаевич – доктор технических наук, профессор Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.*  
*Ромен Юрий Семенович – доктор технических наук, профессор МИИТ, Москва, Россия.*  
*Акишин Александр Александрович – аспирант МИИТ, Москва, Россия.*

## Random Disturbance Processes in the Dynamics of Rail Vehicles

(текст статьи на англ.яз. – English text of the article – p. 11)

**В статье рассмотрены требования к процедуре генерации на ЭВМ многомерного стационарного случайного процесса возмущения, вызывающего колебания рельсовых экипажей. Показано, что при изменении скорости движения необходимо менять состав слагаемых случайного процесса геометрических неровностей рельсового пути. Определены требования к параметрам вероятностного анализа, приведены примеры генерации и результаты спектрального анализа случайных неровностей для различных скоростей движения.**

*Ключевые слова:* рельсовый экипаж, случайные процессы геометрической неровности рельсового пути, слагаемые аналитического выражения, влияние скорости движения, спектральный анализ.

**В** работе [1] был выполнен корреляционно-спектральный анализ четырёхмерного процесса возмущения в виде вертикальных и горизонтальных неровностей левого и правого рельсов, вызывающего колебания рельсовых экипажей. Однако из-за ограниченной длины реализации случайных возмущений, равной 1 км, максимум низкочастотной части спектра оставался в пределах волны неровности  $L_n = 50$  м, а максимум высокочастотной части соответствовал  $L_b = 6,25$  м. При решении задач динамики частотный диапазон возмущения должен быть от  $f_n = 0,2$  Гц до  $f_b = 10$  Гц.

Эти низшая и высшая частоты связаны с соответствующими длинами волн соотношениями:

$$f_n = v/L_n, f_b = v/L_b, \quad (1)$$

где  $v$  – скорость движения, м/с.

По этой причине при увеличении скорости движения частотный диапазон возмущения смещается в сторону высоких частот и может выйти за пределы собственных частот системы. Тогда возмущение практически перестанет возбуждать часть частот колебаний и полученные результаты окажутся некорректными.

Определим требования к длинам волн неровностей, которые должны присутствовать в спектре возмущения для решения задач динамики при скоростях движения от 10 до 150 м/с, то есть от 36 до 540 км/ч. Необходимую длину реализации найдем по эмпирической формуле:

$$t_p \geq 10 t_n \text{ или } t_p \geq 10/f_n. \quad (2)$$

При принятом значении низшей частоты процесса 0,2 Гц длина реализации составит  $t_p = 50$  с. Такой длине реализации соответствует длина волны неровности, равная

$$L_p = vt_p. \quad (3)$$

В соответствии с этим для скорости 150 м/с длина реализации процесса возмущения  $L_p$ , необходимая для корреляционно-спектрального анализа, должна быть не менее 7500 м. Причем записи случайных процессов возмущения такой протяженности должны удовлетворять условиям стационарности, то есть выполняться на площадке с однородной конструкцией пути при движении по прямому пути. Сделать это практически невозможно. Поэтому для получения достаточно продолжительной реализации потребовалось восьмикратно повторить с соответствующими переходами использованную в [1] реализацию длиной в  $L_p = 999$ , изменяя каждый раз её направление, чтобы избежать совпадений. При получении этой реализации в [1] было сделано  $N = 5400$  замеров неровностей с шагом  $\Delta x = 0,185$  м.

Таким образом, общая длина реализации составит  $L_{\text{роб}} = 8L_p = 7992$  м с шагом дискретизации  $\Delta x = 0,185$  м и общим числом замеров  $N_{\text{роб}} = 43200$ . Спектральный анализ такой реализации случайного процесса возмущения позволяет выделить составляющие спектральной плотности с длинами волн от

$$L_n \leq v/f_n = (vt_{\text{роб}})/10 = L_{\text{роб}}/10 \leq 799,2 \text{ м до } L_b = v/f_b = v/10\Delta t = 10\Delta x = 1,85 \text{ м.}$$

При скорости движения 150 м/с частотному диапазону от  $f_n = 0,2$  Гц до  $f_b = 10$  Гц соответствуют длины волн от  $L_n = 750$  м до  $L_b = 15$  м, что полностью укладывается в диапазон длин волн, определяемый заданными параметрами реализации  $L_{\text{роб}} = 7992$  м и  $\Delta x = 0,185$  м.

Спектральный анализ реализации случайного процесса горизонтальной неровности левого рельса с такими параметрами,

отнесённой к скорости движения  $v=1$  м/с, был выполнен по методике, изложенной в [1]. Он показал, что в графике спектральной плотности  $G(f)$  имеется ряд слагаемых (рис. 1). Для решения последующих задач генерации случайного процесса геометрической неровности во временной области проведена аппроксимация графика  $G(f)$  аналитическим выражением:

$$G(f) = \frac{s^2}{2} \sum_k a_k \left\{ \exp \left[ -\frac{(\omega - \beta_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(\omega + \beta_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] \right\} \quad (4).$$

В этом выражении:  $a_k$  – доля дисперсии  $S^2$ , приходящаяся на  $k$ -ю составляющую аналитического выражения ( $\sum a_k = 1$ );  $\beta_k$  и  $\alpha_k$  [ $\text{м}^{-1}$ ] – частота и коэффициент затухания  $k$ -й составляющей.

Значения параметров аналитического выражения (4), приведенные в таблице 1, свидетельствуют, что в составе спектральной плотности имеется 18 составляющих с длинами волн от 6,25 до 750 м. Наибольшая энергия приходится на составляющую с длиной волны 25 м; величина коэффициента  $a_3$  для неё 0,5078, что намного превышает коэффициенты  $a_k$  других составляющих. Это обусловлено как длинами инвентарных рельсов при первоначальной укладке пути, так и участками сварки. Сравнение расчётных значений спектральной плотности (тонкие линии) и значений, вычисленных по аналитическому выражению (4), показывает их удовлетворительную сходимость.

На основе аналитического выражения (1) по методике [2] выполнена генерация случайного процесса  $\eta(x) = \eta(vt)$  с шагом  $\Delta x = 0,10$  м, количеством точек  $N_{\text{об}} = 80000$  и длительностью  $L_{\text{роб}} = 8000$  м. С помощью этой общей реализации можно сформировать реализации возмущений для отдельных диапазонов скоростей движения так, чтобы частотный состав возмущения оставался в заданной области  $0,2 < f < 10$  Гц. Для получения такого частотного диапазона необходимо ординаты сгенерированной реализации неровности  $\eta(x) = \eta(vt)$  считать с шагом по координате  $\Delta x = 0,10$  м и использовать только 10000 значений реализации неровности. При этом низшая и высшая частоты в процессе возмущения составят:

$$f_n = 10/t_p = 10v/L_p = 10v/(N \cdot \Delta x) = 0,10 \text{ Гц,}$$





Таблица 1

Параметры аналитического выражения корреляционной функции горизонтальной неровности левого рельса

	$L_B, \text{ м}$	$\beta, \text{ м}^{-1}$	$\alpha, \text{ м}^{-1}$	$a$	$k$	$L_B, \text{ м}$	$\beta, \text{ м}^{-1}$	$\alpha, \text{ м}^{-1}$	$a$
1	6,25	$16 \cdot 10^{-2}$	$32 \cdot 10^{-3}$	$234 \cdot 10^{-4}$	10	350	$28 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$16 \cdot 10^{-4}$
2	12,5	$800 \cdot 10^{-4}$	$22 \cdot 10^{-3}$	$1953 \cdot 10^{-4}$	11	400	$25 \cdot 10^{-4}$	$14 \cdot 10^{-5}$	$14 \cdot 10^{-4}$
3	25,0	$400 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$5078 \cdot 10^{-4}$	12	450	$22 \cdot 10^{-4}$	$11 \cdot 10^{-5}$	$65 \cdot 10^{-5}$
4	50,0	$200 \cdot 10^{-4}$	$28 \cdot 10^{-4}$	$1823 \cdot 10^{-4}$	13	500	$20 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-5}$	$39 \cdot 10^{-5}$
5	100	$100 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$521 \cdot 10^{-4}$	14	550	$18 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-6}$	$36 \cdot 10^{-5}$
6	150	$67 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$208 \cdot 10^{-4}$	15	600	$16 \cdot 10^{-4}$	$41 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-5}$
7	200	$60 \cdot 10^{-4}$	$35 \cdot 10^{-5}$	$99 \cdot 10^{-4}$	16	650	$15 \cdot 10^{-4}$	$61 \cdot 10^{-6}$	$41 \cdot 10^{-5}$
8	250	$40 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-5}$	$26 \cdot 10^{-4}$	17	700	$14 \cdot 10^{-4}$	$21 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$
9	300	$33 \cdot 10^{-4}$	$31 \cdot 10^{-5}$	$18 \cdot 10^{-4}$	18	750	$13 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$

Примечание: величина  $\beta$  принята равной  $L^{-1}$ .

Таблица 2

Значения высшей и нижней частот неровностей для задания скоростей движения

№ п/п	Диапазон скоростей	Шаг по реализации $k \Delta x$	Нижшая частота $f_n, \text{ Гц}$	Высшая частота $f_v, \text{ Гц}$
1.	10–20 м/с 36–72 км/ч	$\Delta x$	0,10–0,20	10,0–20
2.	21–40 м/с 75,6–144 км/ч	2 $\Delta x$	0,105–0,20	10,5–20
3.	41–60 м/с 147,6–180 км/ч	3 $\Delta x$	0,136–0,20	13,67–20
4.	61–80 м/с 219,6–288 км/ч	4 $\Delta x$	0,153–0,20	15,25–20
5.	81–100 м/с 291,6–360 км/ч	5 $\Delta x$	0,162–0,20	16,20–20
6.	101–120 м/с 363,6–432 км/ч	6 $\Delta x$	0,168–0,20	16,83–20
7.	121–140 м/с 435,6–504 км/ч	7 $\Delta x$	0,173–0,20	17,30–20
8.	141–160 м/с 507,6–576 км/ч	8 $\Delta x$	0,176–0,20	17,6–20

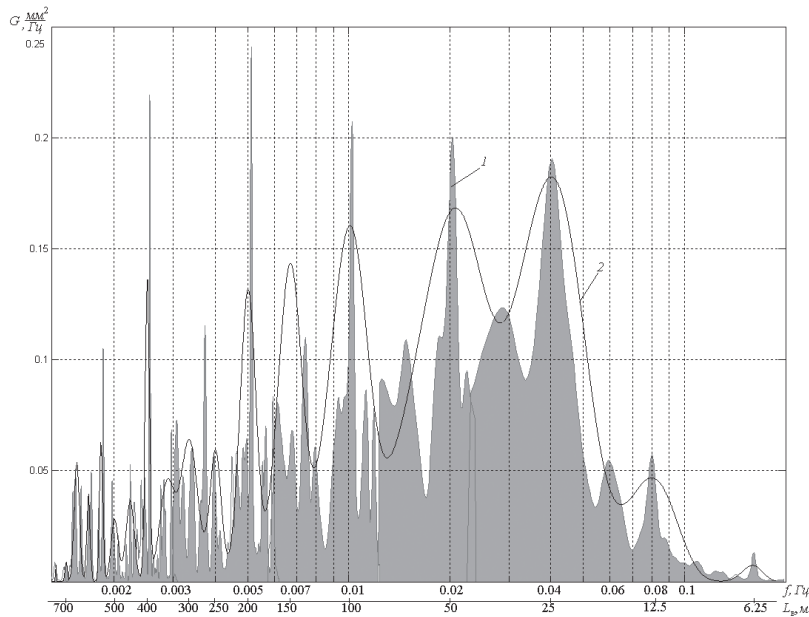
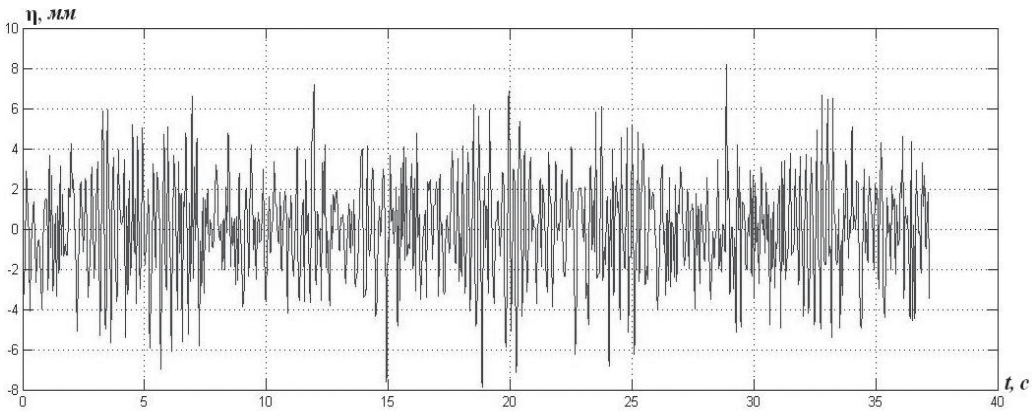
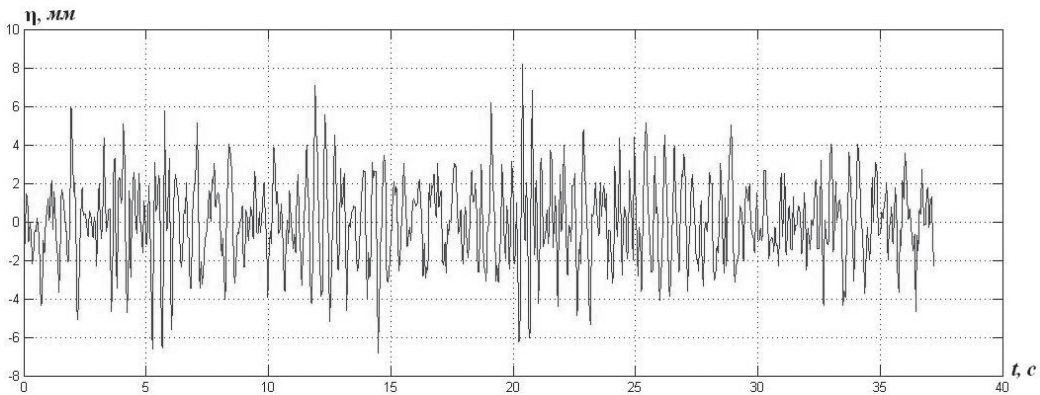
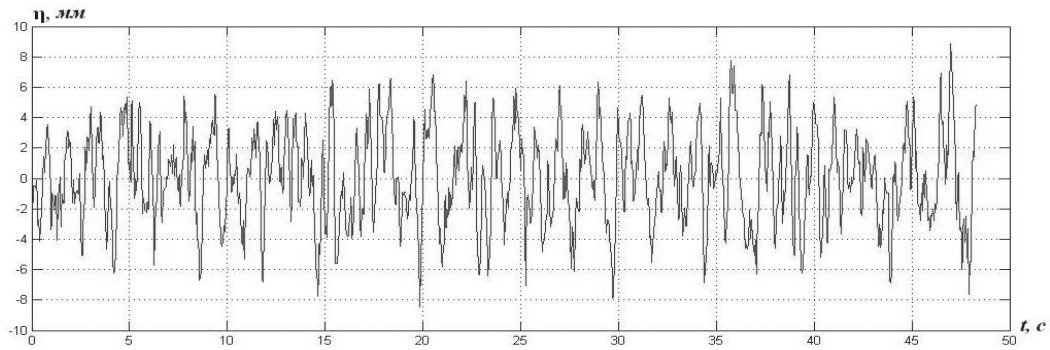


Рис. 1. Графики спектральной плотности горизонтальной неровности левого рельса: 1 – экспериментальная; 2 – по аналитическому выражению (4).



**Рис. 2.** Графики сгенерированных реализаций случайного процесса горизонтальной неровности левого рельса, построенные для скоростей движения: а – 20 м/с, б – 60 м/с, в – 120 м/с.

$f_b = 1/10\Delta t = v/10\Delta x = 10$  Гц, что соответствует заданному частотному диапазону.

Такие параметры считывания должны сохраняться до скорости движения  $v$ , определяемой нижней частотой процесса:  $v = 0,1 f_n L_p = 20$  м/с. Здесь высшая частота составит  $f_b = v/10\Delta x = 20$  Гц. При дальнейшем увеличении скорости движения следует шаг по координате принимать равным  $2\Delta x$ ;  $3\Delta x$ ; ...;  $8\Delta x$ , сохраняя неизменным коли-

чество шагов  $N=10000$ . Диапазоны скоростей и значения высшей и нижней частот для таких параметров считывания реализации приведены в таблице 2.

Как видно из таблицы, диапазоны необходимых низших и высших частот выдерживаются при всех скоростях движения.

Ограничимся рассмотрением результатов спектрального анализа сгенерированных неровностей для первого, третьего и шестого диапазонов. Графики сгенери-



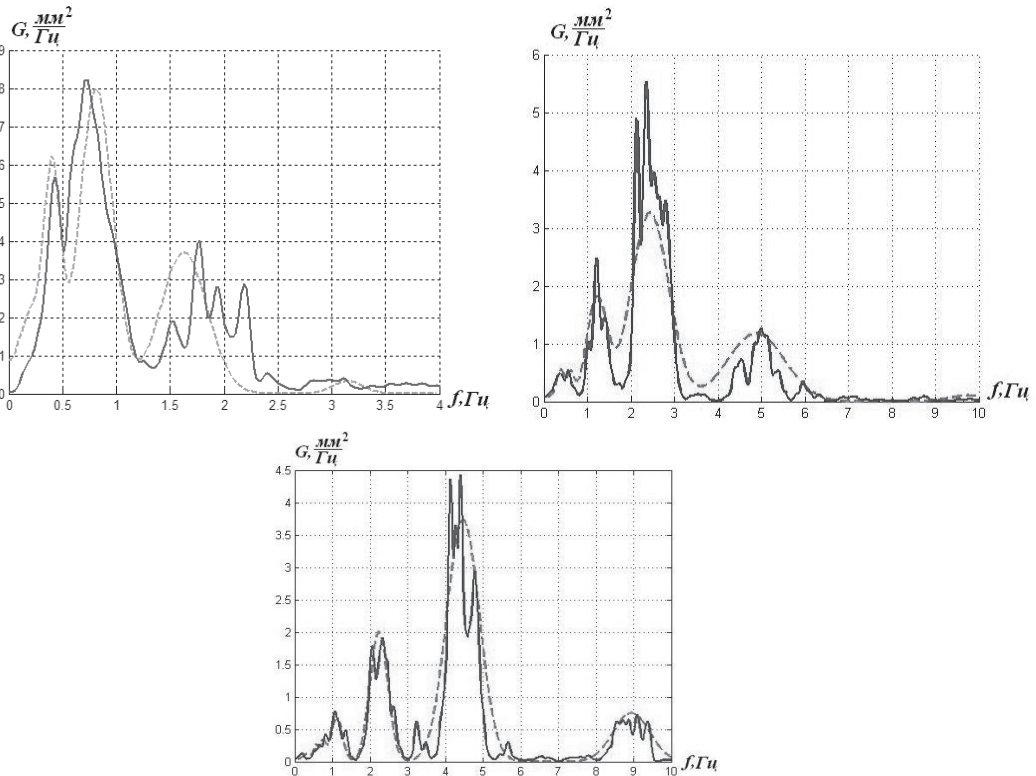


Рис. 3. График спектральных плотностей горизонтальной неровности левого рельса для решения задач динамики при скоростях движения: а – 20 м/с, б – 60 м/с, в – 120 м/с.

рованных реализаций случайного процесса горизонтальной неровности рельса (рис. 2), считанные с шагом  $k=1, 3$  и  $6$  для скоростей движения 20 м/с (рис. 2, а), 60 м/с (рис. 2, б) и 120 м/с (рис. 2, в) соответственно, демонстрируют, что с ростом скорости движения, как и следовало ожидать, увеличивается частота возмущения.

Графики спектральных плотностей возмущения для исследуемых скоростей движения (рис. 3) показывают, что вся энергия процессов приходится на выбранный диапазон частот 0,2–10 Гц. С ростом скорости вид спектральных плотностей изменяется – увеличивается доля высокочастотных составляющих. Если при  $v=20$  м/с (рис. 2, а) максимум энергии спектральной плотности приходится на диапазон частот 0,3–1,5 Гц, то при скорости движения  $v=$

60 м/с (рис. 2, б) максимум приходится на диапазон 1,5–2,7 Гц, а при  $v=120$  м/с (рис. 2, в) – на диапазон 3,2–4,8 Гц. При этом изменяются и ординаты максимумов.

Таким образом, разработанная методика генерации случайных процессов обеспечивает получение возмущений в необходимом диапазоне частот при заданных скоростях движения от 10 до 160 м/с.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ромен Ю.С., Савоськин А.Н., Акишин А.А. Характеристики возмущений, вызывающих колебания рельсовых экипажей // Вестник ВНИИЖТ. – 2013. – № 6. – С.21–29.
2. Савоськин А.Н., Акишин А.А. Случайные колебания рельсовых экипажей с нелинейными характеристиками рессорного подвешивания // Материалы международной научно-технической конференции «Подвижной состав XXI века: инновации в грузовом вагоностроении». – СПб.: ПГУПС, 2014. – С.69–71. ●

Координаты авторов: Савоськин А.Н., Акишин А.А. – elmechtrans@mail.ru, Ромен Ю.С. – uromen@mqjl.ru. Статья поступила в редакцию 31.10.2014, принята к публикации 17.01.2015.

Статья подготовлена на основе материалов, представленных авторами на Международной научно-практической конференции «Конструкция, динамика и прочность подвижного состава», посвященной 75-летию со дня рождения В. Д. Хусидова (МИИТ, 20–21 марта 2014 года).